



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ЖИДКОГО СЛОЯ АНОДА ЗОДЕРБЕРГА

Математическая модель процесса. Технология анодов Зодерберга широко используется на алюминиевых заводах ведущих мировых компаний и особенно в России. Опыт показывает, что качество анода существенно влияет на процесс электролиза. Для получения качественного анода необходимо обеспечивать оптимальные условия его формирования в верхнем, жидком слое. Проблемы, существующие при работе анодов Зодерберга и связанные с качеством анодов, формулируют следующим образом [1]:

- выбросы канцерогенных полиароматических углеводородов (ПАУ). Для анодов с верхним токоподводом эмиссия ПАУ составляет $1 - 2 \text{ кг/т Al}$, тогда как на современных сериях с обожжёнными анодами она равна $\sim 0,005 - 0,01 \text{ кг/т Al}$;

- образование пены связано с низкой температурой обжига кокса из пека. Наиболее важными параметрами, которые влияют на образование пены, являются температура электролита, пористость анода, сырьё;

- протечи подштыревой массы.

Общая постановка задачи. Автором представлена одномерная математическая модель формирования жидкого слоя анода Зодерберга.

Известно, что жидкая анодная масса представляет собой смесь расплавленного пека и коксовой шихты, которая оседает под действием силы тяжести. На рисунке 1 изображена принятая схема жидкого слоя в аноде. Нижняя граница слоя $Z = 0$ соответствует изотерме $t = 400^\circ\text{C}$. Слой состоит из двух частей. Нижний подслей – это осевшие частицы кокса, а верхний подслей – частицы кокса, седиментирующие в жидком пеке. Границу $z = z_{st}$, разделяющую эти области, можно назвать границей стеклования ЖАМ (жидкая анодная масса). Положение этой границы определяется либо температурой перехода пека в псевдопластическое состояние, либо она совпадает с границей осевшего вещества.

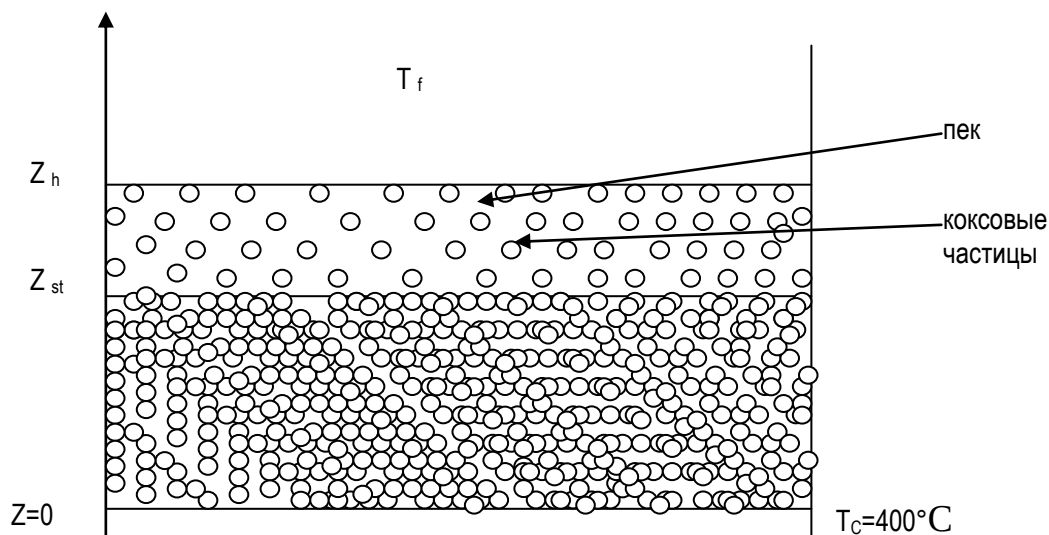


Рис. 1 Схема жидкого слоя в аноде

Рассмотрим две основные проблемы:

- влияние состава ЖАМ на теплофизические параметры;
- влияние реологии пека и состава коксовой шихты на структуру жидкого анодного слоя.

Математическая модель жидкого слоя в аноде. Процессы, протекающие в жидкой части анода, являются нестационарными, так как время между загрузками ЖАМ составляет 2–3 дня. Кроме того, скорость обжига анода в условиях промышленного производства составляет приблизительно 0,5–1 К/ч. Изменение концентрации N частиц кокса описывается следующим уравнением:

$$\frac{\partial N}{\partial \tau} = - \operatorname{div} \vec{i}, \quad (1)$$

где τ – время, $\vec{i}$ – поток частиц, связанный с их концентрацией соотношением

$$\vec{i} = - D \nabla N + \vec{u} N, \quad (2)$$

где D – коэффициент диффузии, $\vec{u}$ – скорость частиц. Первый член в правой части (2) описывает диффузию, а второй — конвективный перенос частиц под действием силы тяжести. Согласно соотношению Эйнштейна, коэффициент диффузии взвешенных в жидкости частиц равен:

$$D = k T b, \quad (3)$$

где T – температура жидкости, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ эрг/К – постоянная Больцмана, b – подвижность частиц. Для частиц шарообразной формы (диаметра d) подвижность определяется следующим выражением:

$$b = \frac{1}{3 \pi \eta d}, \quad (4)$$

где η – динамическая вязкость. Оценку влияния диффузии частиц кокса в пеке на их седиментацию получим, вычислив диффузионное число Пекле:

$$Pe = \frac{u H}{D}, \quad (5)$$

где H – высота слоя жидкой анодной массы. Скорость оседания сферических частиц оценим, исходя из формулы Стокса для силы сопротивления F , действующей на движущийся в жидкости шар:

$$u_s = \frac{F}{3 \pi \eta d}. \quad (6)$$

С другой стороны, $F = \pi d^3 (\rho - \rho_{II}) g / 6$,

т.е. силе, которая вызывает движение частицы кокса (ρ – плотность кокса, ρ_{II} – плотность пека, g – ускорение свободного падения). Отметим, что частицы кокса, вообще говоря, не являются сферическими, но форма частиц не изменит физической сущности процесса, а повлияет только на величину скорости оседания, которую можно скорректировать при идентификации модели. Вычислим число Пекле, считая, что температура пека равна 423К, плотность пека $1,3 \text{ г/см}^3$, плотность кокса – $2,0 \text{ г/см}^3$, высота жидкого слоя $\sim 0,3$ м, диаметр самых мелких частиц $\sim 0,05$ мм. В этом случае $Pe \approx 2,31 \cdot 10^{10}$, т.е. преобладает процесс седиментации, и поэтому в выражении (2) можно пренебречь диффузионным потоком частиц. В результате для однокомпонентной коксовой шихты, оседающей в пеке, уравнение (1) с учетом одномерности данного процесса преобразуется к виду:

$$\frac{\partial N}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial z} (u N) = 0. \quad (7)$$

В реальной анодной массе гранулометрический состав коксовой шихты состоит из 5-6 фракций, которые для анализа обычно группируют следующим образом: крупная – ($- 10 + 2$ мм), средняя – ($- 2 + 0,2$ мм) и “пылевая” – ($- 0,2$ мм). В данной работе коксовая шихта моделируется двухкомпонентной смесью: “пылевой фракцией” – с частицами диаметром меньше 0,2 мм и крупной фракцией, когда диаметр частиц больше 0,2 мм. Такое деление естественно, если учесть связь между средним размером частиц и пористостью системы в состоянии свободной засыпки [2]. Аппроксимация этих данных дает следующие зависимости:

$$p = \begin{cases} -0,151 \lg d - 0,858 & d \leq 0,2 \text{ мм}, \\ 0,4 & d > 0,2 \text{ мм}, \end{cases} \quad (8)$$

где p – пористость зернистой системы.

Следовательно, изменение концентраций этих фракций в процессе оседания в жидком слое самообжигающегося анода можно описывать системой уравнений:

$$\frac{\partial C_1}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial z}(u_1 C_1) = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial C_2}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial z}(u_2 C_2) = 0, \quad (10)$$

где $C_1 = N_1/N_{10}$ и $C_2 = N_2/N_{20}$ – безразмерные концентрации “пылевой” и крупной фракций, а N_{10} , и N_{20} – соответственно концентрации “пылевой” и крупной фракций в состоянии свободной засыпки; u_1, u_2 – скорости оседания частиц, которые, в свою очередь, зависят от вязкости связующего и концентраций “пылевой” и крупной фракций. Вязкость пека является функцией температуры, поэтому необходимо дополнить систему уравнений (9–10) уравнением теплопроводности:

$$C \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial z}(\lambda \frac{\partial T}{\partial z}), \quad (11)$$

где C – объемная теплоемкость ЖАМ, λ – теплопроводность ЖАМ. Методика вычисления этих параметров для жидкой анодной массы известна [см. 3]. Необходимо отметить, что жидкая анодная масса – это композиционный материал, следовательно, теплофизические параметры ее зависят как от температуры, концентраций пека и кокса в ЖАМ, так и от фракционного состава коксовой шихты.

Начальные и граничные условия модели. Систему уравнений (9–11) нужно дополнить начальными и граничными условиями. Граничные для уравнения теплопроводности имеют следующий вид:

$$T|_{z=0} = 400 + a\tau, \quad (12)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_h} = \alpha (T|_{z_h} - T_f), \quad (13)$$

где α – скорость обжига анода, α – коэффициент теплоотдачи от поверхности ЖАМ в окружающую среду, T_f – температура воздуха. Граничные условия для уравнений (9–11) описывают отсутствие потока вещества через верхнюю границу ЖАМ, т.е.

$$\frac{\partial C_1}{\partial z} \Big|_{z_h} = 0, \quad \frac{\partial C_2}{\partial z} \Big|_{z_h} = 0. \quad (14)$$

Начальные условия описывают распределение концентраций и температуры в начальный момент времени и поэтому могут быть произвольными, но при этом они должны удовлетворять реальным физическим требованиям или определяться предшествующей историей и технологией загрузки ЖАМ.

Скорость седиментации жидкой массы. Жидкую анодную массу можно рассматривать как высококонцентрированную суспензию. Применительно к таким смесям в результате экспериментальных исследований для описания скорости седиментации предложена формула [см. обзор в 4] вида:

$$\frac{u_i}{u_{si}} = (1 - C_i)^\gamma \quad i = 1, 2. \quad (15)$$

Наилучшее согласие с экспериментом достигается при $\gamma = 3,2$. Скорость седиментации u_{si} определяется выражением (6), с учетом того, что седиментация данной фракции происходит в смеси пека и остальных фракций. Реально это означает, что фракция оседает в суспензии, вязкость которой определяется по формуле Дохерти – Кригера [4]:

$$\frac{\eta_1}{\eta_0} = (1 - C_2)^{-\beta_2}, \quad \beta_2 = 2,5 \phi_{m2}, \quad (16)$$

$$\frac{\eta_2}{\eta_0} = (1 - C_1)^{-\beta_1}, \quad \beta_1 = 2,5 \phi_{m1}, \quad (17)$$

где η_0 – вязкость пека, ϕ_{m1}, ϕ_{m2} – значения объемной плотности частиц “пылевой” и крупной фракций соответственно в состоянии свободной упаковки.

Вязкость пека. Исследователями [5] показано, что каменноугольные пеки при температурах 200–240°C проявляют себя как псевдопластичное тело. Аппроксимация экспериментальных результатов, полученных в этом исследовании, дает следующие зависимости вязкости среднетемпературного пека от температуры:

$$\ln \eta_0 = 15681,8/T - 35,167. \quad (18)$$

Теплофизические параметры компонентов ЖАМ. В разрабатываемой модели можно использовать следующие аппроксимации теплофизических параметров пека и кокса [3]:

- плотность пека $\rho = 1329 - 0,4737 t + 1,85 \cdot 10^{-3} t^2 - 7,56 \cdot 10^{-7} t^3$, [кг/м³];
- теплоемкость пека $c = 1034,84 + 5,064 t$, [Дж/(кг·К)];
- теплопроводность пека $\lambda = 0,134 + 3,38 \cdot 10^{-6} t^{1,77}$, [Вт/(м·К)];
- кажущаяся плотность частиц кокса $\rho = 1930 - 0,29 d + 36 d^2$,

где d — эквивалентный диаметр частиц, м;

- теплоемкость кокса $c = 837,4 + 1,54 t - 5,4 \cdot 10^{-4} t^2$;
- теплопроводность беспористого кокса (давление $p = 0$);

$$\lambda = 2,54 + 3,26 \cdot 10^{-3} t,$$

где t — температура определения, °С.

Выводы. Таким образом, предложенная нами математическая модель формирования жидкого слоя анода Зодерберга, описывающая процессы и теплофизические параметры жидкой анодной массы в аноде, пригодна для численного моделирования.

Литература

1. Скоглант И., Эндресен Л.Э., Стокка П. Работа сухого анода Зодерберга: определяющие факторы в производстве анодной массы и работе анода // *Алюминий Сибири-99: Сб. докл. конф.* — Красноярск, 1999. — С. 17-27.
2. Дульнев Г.Н., Новиков В.В. Процессы переноса в неоднородных средах. — Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отделение, 1991. — С. 248.
3. Бегунов А.И., Иванов С.Д. Моделирование теплофизических параметров жидкой анодной массы (плотность, теплоемкость, теплопроводность) // *Вестник ИргТУ.* — 1998. — № 4. — С. 69-75.
4. Урьев Н.Б., Потанин А.А. Текучесть суспензий и порошков. — М.: Химия, 1992. — С. 256.
5. Бегунов А.И., Габдраштова Е.Р., Кравченко В.И., Олейникова Н.П., Петровская В.Н. Влияние температуры каменноугольных пеков на их вязкость // *Цветные металлы.* — 1992. — № 2. — С. 31-33.



УДК 631.535.2

В.А. Лапко, Г.И. Цугленок

ГИБРИДНЫЕ МОДЕЛИ СТОХАСТИЧЕСКИХ ЗАВИСИМОСТЕЙ В УСЛОВИЯХ ИХ ЧАСТНОГО ОПИСАНИЯ

Большая размерность вектора условий x , влияющих на y показателей технологических параметров и ограниченные объемы n экспериментальных данных $(x^i, y^i, i = \overline{1, n})$ создают в ряде случаев непреодолимые трудности при построении моделей $y = \varphi(x)$. Поэтому исследователи часто оценивают зависимость урожайности от частичного набора условий. Например, частичная модель урожайности пшеницы сорта Скала в пространстве технологических параметров предпосевной обработки семенного материала и его посадки имеет вид

$$\bar{y} = 100,1 + 9x_1^2 + 3,2x_2^2 - 7,1x_3^2 - 19,5x_4^2 - 4,8x_2 - 10,4x_3 + 15,1x_4 - 4,0x_1 x_2 + 3,9x_1 x_3 - 5,5x_1 x_4 - 5,9x_2 x_4,$$

где $x_v, v = \overline{1, 4}$ — кодированные значения экспозиции обработки (x_1), частоты электромагнитного поля (x_2), периода «обработка — посев» (x_3), нормы высева (x_4). Полученное уравнение протабулировано в соответствии с различными сочетаниями $x_v, v = \overline{1, 4}$ на интервале $[-1; 1]$ с шагом $h = 0,5$.

Предполагается наличие выборки экспериментальных данных $(x^i, y^i, i = \overline{1, n})$, $x = (x_1, \bar{x}_1)$, содержащей дополнительные сведения $\bar{x}_1$ о процессе развития сельскохозяйственных культур, например, об агротехнических мероприятиях, что делает необходимым решение проблемы их эффективного использования.