

Выводы

На основе преобразованного уравнения Лагранжа второго рода (в данное уравнение введены выражения: кинетической и потенциальной энергии, вычисленные через обобщенные координаты; силы трения) получено уравнение движения механизма привода утюга, выраженное через операторов передачи движения.

Литература

1. Горский Б.Е. Динамическое совершенствование механических систем. – Киев: Техника, 1987. – 200 с.
2. Крысин А.Г., Ширшиков А.М. Математическая модель оптимизации механизма привода утюга упаковочной машины по удельным действиям // Интенсификация процессов, оборудования и управления пищевых производств: межвуз. сб. науч. тр. – Л.: Изд-во ЛТИХП, 1991, – С. 65–72.
3. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1975, – 639 с.
4. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин: учеб. пособие для вузов. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Наука, 1990. – 592 с.
5. Гусев Б.К., Ширшиков А.М. Разработка принципа удельных действий применительно к совершенствованию торгово-технологического оборудования: моногр. – Красноярск, 2011. – 134 с.



УДК 648.4:621.01.001

Б.К. Гусев, В.В. Пеленко, А.М. Ширшиков

ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МЕХАНИЗМА ПРИВОДА УТЮГА НА БАЗЕ УДЕЛЬНЫХ ДЕЙСТВИЙ

Ранее было сформировано уравнение движения механизма привода утюга, выраженное посредством операторов передачи движения. Но для решения поставленной задачи по определению путей совершенствования торгово-технологического оборудования этого мало. Необходимо построить математическую модель рассматриваемого механизма, не только на базе операторов передачи движения, но и на базе удельных действий. При этом необходимо учитывать полезные затраты в механических средах.

Ключевые слова: математическая и физическая модель, удельное действие, выражение принуждения, крутящий момент, энергия ускорений, количество движения, оптимизация.

B.K. Gusev, V.V. Pelenko, A.M. Shirshikov

MATHEMATICAL MODEL FORMATION OF THE IRON DRIVING MECHANISM ON THE BASIS OF SPECIFIC ACTIONS

The equation of iron driving mechanism motion expressed in terms of transferring motion operators was formulated earlier. However, it is not sufficient for solving the problem of defining trade-related and technological equipment improvement methods. It is necessary to create the mathematical model of the considered mechanism not only based on transferring motion operators, but also on the basis of specific actions. In addition, effective outlays in mechanical environments must be also considered.

Key words: mathematical and physical model, specific action, expression for forcing, torque moment, acceleration energy, momentum, optimization.

Расфасовочно-упаковочное оборудование следует отнести к классу машин, предназначенных для преодоления технологических сопротивлений при перемещении рабочего органа с требуемой скоростью [3].

Функцией цели такого класса машин является совершение механической работы силой mW на перемещение \tilde{S} . При этом ключевым удельным действием принимается удельное действие по Кориолису-Понселе, которое оценивает затраты механической работы при перемещении рабочего органа с заданной скоростью.

Для осуществления динамического анализа необходимо вычислить все удельные действия [2], которые определяют затраты механических средств. При этом необходимо осуществить разбивку рассматриваемого механизма по его узлам, а именно: привод, кулачок, коромысло, тяга, цепь, звездочка, утюг и пружина. Приоритетом при оценке закономерностей изменения удельных действий будет являться ключевое удельное действие по Кориолису-Понселе [1, 4]. Проведем формирование функций принуждения следующих удельных действий.

Удельное действие по Гауссу

Данное удельное действие оценивает конструкции связей (шарниров, стержней), структуру и износостойкость механической системы.

При определении величины данного удельного действия $K_{Гс}$ в качестве подынтегральной функции используется функция принуждения Z_i механизма привода утюга

$$Z = \sum_{i=1}^n Z_i, \quad (1)$$

где Z_i – функция принуждения рассматриваемого i -го звена.

Сформируем выражения принуждения для всех звеньев механизма.

Представим систему, состоящую из ротора электродвигателя и шкива, насаженного на вал ротора, в виде однородного диска (рис.1). Радиус диска равен $R_{cp.p} = \frac{R_p + R_{ш}}{2}$, а масса, приходящаяся на единицу

площади, равна $\mu = \frac{m_p + m_{ш}}{\pi R_{cp.p}^2}$.

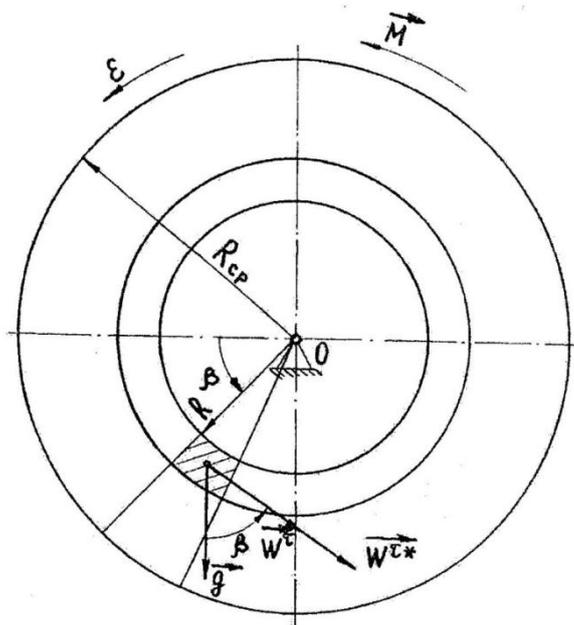


Рис. 1. Схема для определения функции принуждения однородного диска

Для данного условного диска элементарное принуждение равно [2]

$$dZ_{np} = \frac{1}{2} (\overline{W}^* - \overline{W})^2 dm, \quad (2)$$

где \overline{W} – действительное ускорение произвольной точки диска, м/с²;

\overline{W}^* – воображаемое по Гауссу ускорение произвольной точки диска, м/с²;

$dm = \mu r \frac{dr}{d\beta}$ – масса элементарной части диска, кг.

Воображаемое ускорение произвольной точки тела по Гауссу представляет собой такое ускорение, которое имела бы точку, двигаясь под действием тех же активных сил, если бы с этого момента были установлены наложенные на нее связи [2].

Действительное ускорение произвольной точки диска

$$\overline{W} = \overline{W}^{n*} + \overline{W}^{\tau}, \quad (3)$$

где $W^n = \omega_p^2 r$, $W^\tau = \varepsilon_p r$ – нормальная и тангенциальная составляющие ускорения, м/с².

Воображаемое по Гауссу ускорение произвольной точки диска

$$\overline{W}^* = \overline{g} + \overline{W}^{n*} + \overline{W}^{\tau*}, \quad (4)$$

где g – ускорение свободного падения, м/с²;

$W^{n*} = \omega_p^2 r$, $W^{\tau*} = \frac{M_{кр.п}}{J_p} r$ – нормальная и тангенциальная составляющие воображаемого ускорения, м/с²;

$M_{кр.п}$ – крутящий момент на валу электродвигателя, Нм;

J_p – момент инерции ротора, кгм².

Произведя соответствующие преобразования, получим выражение функции принуждения привода:

$$Z_{np} = 1,85 \int_{(m_p+m_w)} dZ = \frac{1,85}{2} (m_p + m_w) \times \left\{ g^2 + \frac{R_{ср.п}^2 \left(\frac{M_{кр.п}}{J_p} - \varepsilon_p \right)^2}{2} \right\}, \quad (5)$$

где 1,85 – коэффициент, учитывающий принуждение передаточных механизмов (от электродвигателя до приводной звездочки, расположенной на валу кулачка).

Принимая во внимание рассуждения, приведенные для привода, функцию принуждения кулачка можно записать в виде

$$Z_{кул} = \frac{1}{2} (m_{кул} + m_{зв}^к + m_{стун}) \left\{ g^2 + \frac{R_{ср.кул}^2 \left(\frac{M_{кр.кул}}{J_{кул}} - \varepsilon_{кул} \right)^2}{2} \right\}, \quad (6)$$

где $m_{кул}$, $m_{зв}$, $m_{ступ}$ – масса кулачка, приводной звездочки и ступицы, на которую насажены кулачок и звездочка соответственно, кг;

$$R_{ср.кул} = \frac{1}{3} (R_{кул} + R_{зв} + R_{ступ}) - \text{средний радиус,}$$

$M_{кр.кул}$ – крутящий момент на валу кулачка, Нм;

$J_{кул}$ – момент инерции кулачка, кгм².

Используя данную методику, определим функции принуждения для всех узлов, входящих в машину.

Для механизма коромысла, исходя из условия о том, что механизм коромысла принимаем за однородный прямолинейный тонкий стержень, (схема для вычисления его принуждения приведена на рис. 2), функция принуждения коромысла (после соответствующих преобразований) будет иметь вид:

$$Z_{кор} = \frac{1}{2} m_{кор} \left\{ g^2 + \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^4 \lambda_k^2 l_k^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{d^2\alpha}{dt^2} \right)^2 l_k^2 - 2g \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 \lambda_k l_k \sin \alpha + g \frac{d^2\alpha}{dt^2} l_k \cos \alpha \right\}. \quad (7)$$

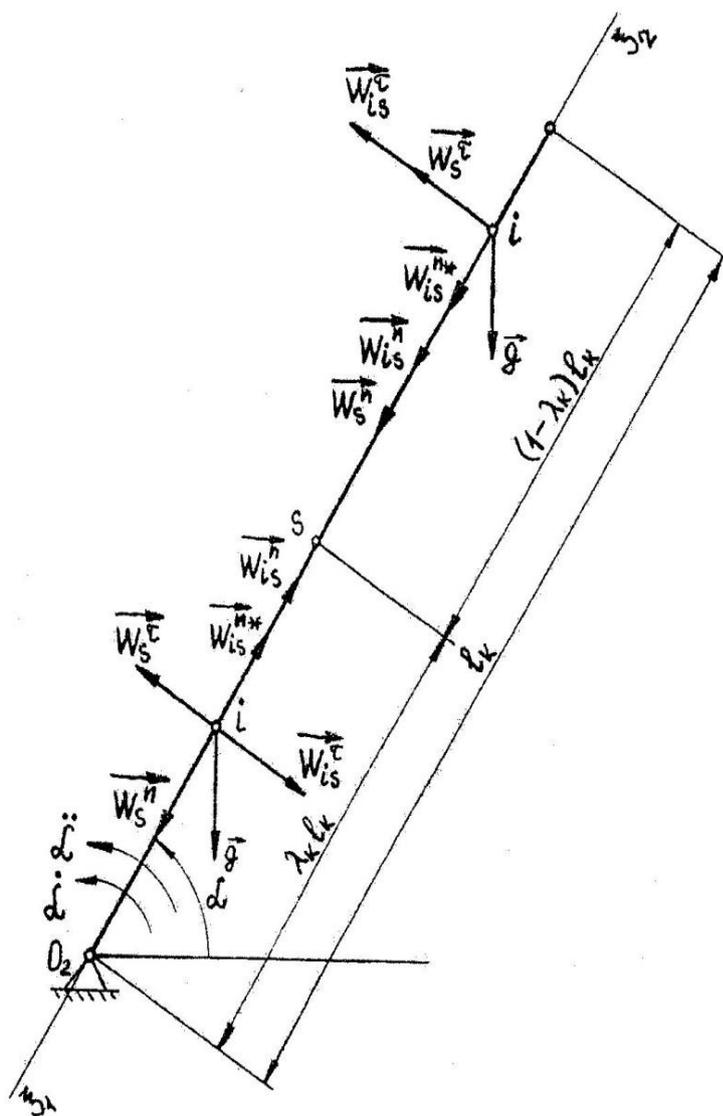


Рис. 2. Схема для определения функции принуждения коромысла

Для определения функции принуждения тяги (механизм которого рассматриваем так же, как прямолинейный тонкий стержень с центром масс в точке S (рис. 3)), вычислим действительное ускорение произ-

Удельное действие по Аппелю

Удельное действие по Аппелю K_A оценивает действие сил инерции, т.е. характеризует напряженность динамического режима системы. В качестве подынтегральной функции используем функцию энергии ускорений V механизма (рис. 6).

$$V = \sum_{i=1}^n V_i, \quad (15)$$

где $V_i = \frac{1}{2} m_i W_i^2$ – энергия ускорений i – го звена.

Энергия ускорений привода, кулачка, коромысла, участка цепи, расположенного на звездочке, и звездочки вычисляется по формуле

$$V_i = \frac{1}{2} J_i \left\{ \left(\frac{d^2 \zeta_i}{dt^2} \right)^2 + \left(\frac{d\zeta_i}{dt} \right)^4 \right\}, \quad (16)$$

где J_i – момент инерции рассматриваемого звена механизма, кгм;

$\frac{d\zeta_i}{dt}$, $\frac{d^2 \zeta_i}{dt^2}$ – угловая скорость и ускорение этого звена, c^{-1} , c^{-2} .

Энергия ускорения тяги и участка цепи, присоединенного к тяге, вычисляется по формуле

$$V_i = \frac{1}{2} [m_i W_{is}^2 + J_i \left\{ \left(\frac{d^2 \beta}{dt^2} \right)^2 + \left(\frac{d\beta}{dt} \right)^4 \right\}], \quad (17)$$

где m_i, J_i – масса и момент инерции рассматриваемого звена, кг и кгм;

W_{is} – ускорение центра масс этого звена, m/c^2 .

Энергия ускорений участка цепи, присоединенного к утыгу, утыга и пружины вычисляются по формуле

$$V_i = \frac{1}{2} m_i \left(\frac{d^2 H_u}{dt^2} \right)^2, \quad (18)$$

где m_i – масса рассматриваемого звена, кг.

Подставив в характеристики звеньев механизма соответствующие выражения и произведя преобразования, получим выражения энергии ускорений соответствующих механизмов звеньев: для привода

$$V_{np} = \frac{1}{2} J_{an} \left(\xi_p^2 + \omega_p^4 \right); \quad (19)$$

для кулачка

$$V_{кул} = \frac{1}{2} J_{кул} \left(\xi^2 + \omega^4 \right); \quad (20)$$

для коромысла

$$V_{кор} = \frac{1}{2} J_{кор} \left\{ \left(\frac{d^2 \alpha}{dt^2} \right)^2 + \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^4 \right\}; \quad (21)$$

$$V_N = \frac{1}{2}(m_T[l_\kappa^2\{(\frac{d\alpha}{dt})^2 + (\frac{d\alpha}{dt})^4\} + \frac{1}{4}l_T^2\{(\frac{d^2\beta}{dt^2})^2 + (\frac{d\beta}{dt})^4\}]) -$$

для тяги $-l_\kappa l_T \cos(\beta - \alpha) \times [(\frac{d\alpha}{dt})^2\{(\frac{d\beta}{dt})^2 + \frac{d^2\beta}{dt^2} \operatorname{tg}(\beta - \alpha)\}] + \frac{d^2\alpha}{dt^2}\{(\frac{d^2\beta}{dt^2}) -$ (18)

$$- (\frac{d\beta}{dt})^2 \operatorname{tg}(\beta - \alpha)\} + J_T\{(\frac{d^2\beta}{dt^2})^2 + (\frac{d\beta}{dt})^4\};$$

для цепи

$$V_u = \frac{1}{2}\{m_u \frac{1}{l_u} (l_{uT} (l_\kappa^2\{(\frac{d^2\alpha}{dt^2})^2 + (\frac{d\alpha}{dt})^4\} + \frac{1}{4}(l_T + l_{uT})^2 \times [(\frac{d^2\beta}{dt^2})^2 + (\frac{d\beta}{dt})^4]) -$$
 (22)

$$- l_\kappa (l_T + l_{uT}) \cos(\beta - \alpha) \times [(\frac{d\alpha}{dt})^2 [(\frac{d\beta}{dt})^2 + \frac{d\beta}{dt} \operatorname{tg}(\beta - \alpha)] + \frac{d^2\alpha}{dt^2} [\frac{d^2\beta}{dt^2} -$$

$$- (\frac{d\beta}{dt})^2 \operatorname{tg}(\beta - \alpha)]\} + J(\varepsilon^2 + \omega^4)\};$$

для звездочки

$$V_{зз} = \frac{1}{2} J_{зз} (\varepsilon_{зз}^2 + \omega_{зз}^2);$$
 (23)

для утюга

$$V_y = \frac{1}{2} m_y (\frac{d^2 H_u}{dt^2})^2;$$
 (24)

для пружины

$$V_{пруж} = \frac{1}{6} m_{пруж} (\frac{d^2 H_{пруж}}{dt^2})^2.$$
 (25)

Подставив формулы (21)–(25) в формулу (15), получим функцию энергии ускорений механизма, а затем и удельное действие по Аппелю.

Удельное действие по Лагранжу

Удельное действие по Лагранжу определяет затраты кинетической энергии-времени, действие масс элементов системы, взвешенное по квадратам их скоростей. В качестве подынтегральной функции используется кинетическая энергия T механизма.

Удельное действие по Эйлеру

Удельное действие по Эйлеру K_ε оценивает затраты потенциальной энергии-времени. В качестве подынтегральной функции принимается модуль приращения потенциальной энергии $|\Delta\Pi|$, величина которой для отдельных звеньев вычисляется по известным формулам.

Удельное действие по Буридану

В качестве подынтегральной функции принимается удельное действие по Буридану K_B . Используя модуль обобщенной силы $|Q|$, возможно оценить затраты импульса сил.

Удельное действие по Кориолису-Понселе

Удельное действие по Кориолису-Понселе рассчитывается на основе модуля произведения обобщенной силы и скорости, т.е. мощности $|Q|$, и оценивает затраты механической работы.

Удельное действие по импульсу Ким

Данное удельное действие оценивает затраты импульса сил сопротивления и инерции, приведенные к электродвигателю. Подынтегральной функцией является модуль приведенного к оси электродвигателя момента действующих в системе сил сопротивления и инерции $|M_{ПРИВ}|$.

Под приведенным моментом понимаем момент приведенной пары сил сопротивления и инерции, условно приложенной к валу ротора электродвигателя (звено приведения). Величина этого момента определяется из условия: мощность пары равна сумме мощностей сил и пар сил, приложенных к звеньям механизма [1]:

$$M_{прив}^P = M_{np}^P + M_{кул}^P + M_{кф}^P + M_T^P + M_u^P + M_{зв}^P + M_y^P + M_{прус}^P + M_{мп}^P. \quad (26)$$

Выражения моментов сил сопротивления и инерции звеньев, приведенных к ротору, имеет вид: для привода

$$M_{np}^P = -J_{np} \frac{d^2 \varphi_p}{dt^2} \frac{d\varphi}{d\varphi_p} \frac{dt}{dt}; \quad (27)$$

для кулачка

$$M_{кул}^P = -\left\{ J_{кул} \frac{d^2 \varphi}{dt^2} - P_{кул} R_{уТ.кул} \cos(\varphi + \gamma_1) \right\} \frac{d\varphi}{d\varphi_p} \frac{dt}{dt}; \quad (28)$$

для коромысла

$$M_{кор}^P = -\left\{ J_{кор} \frac{d^2 \alpha}{dt^2} - P_{кор} R_{уТ.кор} \cos(\alpha + \gamma_2) \right\} \frac{d\alpha}{d\varphi_p} \frac{dt}{dt}; \quad (29)$$

для тяги

$$M_T^P = -\left\{ m_T a_T + J_T \frac{d^2 \beta}{dt^2} \frac{d\beta}{dt} - P_T (l_{к} \cos \alpha \frac{d\alpha}{dt} + \frac{1}{2} l_T \cos \beta \frac{d\beta}{dt}) \right\} / \frac{d\varphi_p}{dt}; \quad (30)$$

для цепи

$$M_u^P = M_{уТ}^P + M_{узв}^P + M_{уу}^P = -\left(\frac{m_u}{l_u} l_{уТ} a_{уТ} + H_u \frac{d^2 H_u}{dt^2} \frac{dH_u}{dt} \right) + J_{уТ} \frac{d^2 \beta}{dt^2} \frac{d\beta}{dt} + J_{узв} \varepsilon_{зв} \omega_{зв} + \frac{P_u}{l_u} \times \left\{ \frac{1}{2} l_{уТ}^2 \cos \beta \frac{d\beta}{dt} - \frac{dH_u}{dt} (l_{уТ} \sin \beta - R_{зв} - H_u) \right\} / \frac{d\varphi_p}{dt}; \quad (31)$$

для звездочки

$$M_{зв}^P = -J_{зв} \varepsilon_{зв} \omega_{зв} / \frac{d\varphi_p}{dt}; \quad (32)$$

для утюга

$$M_y^P = -(m_y \frac{d^2 H_u}{dt^2} + P_y) \frac{dH_u}{d\varphi_p} \frac{dt}{dt}; \quad (33)$$

для пружины

$$M_{ПРУЖ}^P = -(m_{пруж} \frac{d^2 H_{пруж}}{dt^2} - C_{пруж} \Delta H_{пруж} - \frac{1}{2} P_{пруж}) \frac{dH_{пруж}}{d\varphi_p} \frac{dt}{dt}; \quad (34)$$

для трения (в направляющих утюга)

$$M_{тр}^P = -K(M_u^P + M_{пруж}^P), \quad (35)$$

где

$$a_T = \overline{V}_{ST} \overline{W}_{ST} = \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \frac{d\alpha}{dt} l_k^2 + \frac{1}{2} \frac{d\alpha}{dt} \frac{d\beta}{dt} l_k l_T \sin(\beta - \alpha) \times$$

$$\times \left\{ \left(\frac{d\alpha}{dt} - \frac{d\beta}{dt} \right) + \left(\frac{d^2 \beta}{dt^2} + \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \right) \text{ctg}(\beta - \alpha) \right\} + \frac{1}{4} \frac{d^2 \beta}{dt^2} \frac{d\beta}{dt} l_T^2$$

– скалярное произведение век-

торов скорости и ускорения центра масс тяги S_T (рис. 6);

$$a_{uT} = \overline{V}_{S_{цц}} \overline{W}_{S_{цц}} = \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \frac{d\alpha}{dt} l_k^2 + \frac{d\beta}{dt} (l_T + \frac{1}{2} l_{uT}) \left\{ \frac{d\alpha}{dt} l_k \sin(\beta - \alpha) \times \right.$$

$$\left. \times \left[\left(\frac{d\alpha}{dt} - \frac{d\beta}{dt} \right) + \left(\frac{d^2 \beta}{dt^2} + \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \right) \text{ctg}(\beta - \alpha) \right] + \frac{d^2 \beta}{dt^2} (l_T + \frac{1}{2} l_{uT}) \right\}$$

– скалярное произведение

векторов скорости и ускорения центра масс цепи, присоединенной к тяге;

K – коэффициент, учитывающий трение (значения приведены ниже).

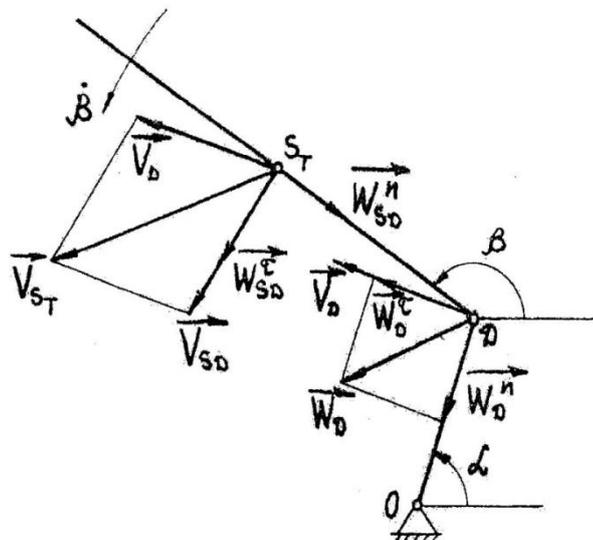


Рис. 6. Схема для определения скалярного произведения векторов скорости и ускорения тяги

Удельное действие по Виттенбауэру

В качестве подынтегральной функции в выражении удельного действия по Виттенбауэру используется произведение модуля приведенного момента (сил сопротивления и инерции) на скорость вращения вала ротора электродвигателя. Данное удельное действие оценивает затраты работы сил сопротивления и инерции.

Удельное действие по Декарту

Данное удельное действие оценивает затраты количества движения-времени звеньев (механизм привода утюга) и его можно представить в виде двух интегралов. В качестве подынтегральной функции первого интеграла берется сумма модулей количества движения звеньев, входящих в механизм. Выражение для определения количества движения будет иметь вид:

для кулачка

$$K_{кул} = m_{кул} \frac{d\varphi}{dt} R_{цКул}; \quad (36)$$

для коромысла

$$K_{кор} = m_{кор} \frac{d\alpha}{dt} R_{цТкор}; \quad (37)$$

для тяги

$$K_T = m_T V_{ST}; \quad (38)$$

для цепи

$$K_ц = \frac{m_ц}{l_ц} \left\{ l_{цТ} V_{Sцц} + \frac{\pi d}{2} \sin(\beta - \alpha) \frac{d\alpha}{dt} + H_ц \frac{dH_ц}{dt} \right\}; \quad (39)$$

для утюга

$$K_y = m_y \frac{dH_y}{dt}; \quad (40)$$

для пружины

$$K_{пруж} = m_{пруж} \frac{dH_{пруж}}{dt}; \quad (41)$$

где $V_{ST} = \sqrt{\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 l_K^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{d\beta}{dt}\right)^2 l_T^2 - 2\frac{d\alpha}{dt} l_K \frac{d\beta}{dt} l_T \cos(\beta - \alpha)}$ – скорость центра масс S_T тяги, м/с;

$V_{Sцц} = \sqrt{\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 l_K^2 + \left(\frac{d\beta}{dt}\right)^2 \left(l_T + \frac{1}{2}l_{цТ}\right)^2 - 2\frac{d\alpha}{dt} l_K \frac{d\beta}{dt} \left(l_T + \frac{1}{2}l_{цТ}\right) \cos(\beta - \alpha)}$ – скорость центра масс $S_{цТ}$ цепи, присоединенной к тяге, м/с.

Подынтегральной функцией второго интеграла является сумма моментов (по модулю) количества движения звеньев. Моменты количества движений будут иметь вид:

для привода

$$L_{Snp} = J_{np} \frac{d\varphi_p}{dt}; \quad (42)$$

для кулачка

$$L_{Sккy} = J_{кyл} \frac{d\varphi}{dt}; \quad (43)$$

для коромысла

$$L_{Sккo} = J_{кoп} \frac{d\alpha}{dt}; \quad (44)$$

для тяги

$$L_{ST} = J_T \frac{d\beta}{dt}; \quad (45)$$

для цепи

$$L_{Sц} = L_{Sцц} + L_{Sццз} = J_{цT} \frac{d\beta}{dt} + J_{цз6} \omega_{з6}; \quad (46)$$

для звездочки

$$L_{Sзз} = J_{з6} \omega_{з6} \quad (47)$$

Выводы

В границах математической модели оптимизации динамики механического привода удалось сформировать систему математических моделей и алгоритмы вычисления удельных действий. В результате появилась возможность проводить не только качественный и количественный анализ уровня совершенства механизма, но и осуществлять синтез аналогов имеющих более качественные характеристики.

Литература

1. Артоболовский И.И. Теория машин и механизмов. – М.: Наука, 1975. – 639 с.
2. Горский Б.Е. Динамическое совершенствование механических систем. – Киев: Техника, 1987. – 200 с.
3. Горский Б.Е., Гохлернер Л.С. Выбор ключевого критерия оптимизации механических систем // Изв. вузов. Стр-во и архитектура. – 1987. – №2. – С. 109–112.
4. Гусев Б.К., Ширшиков А.М. Разработка принципа удельных действий применительно к совершенствованию торгово-технологического оборудования: моногр. – Красноярск, 2011. – 134 с.

