

УРАВНЕНИЯ ПУТИ И СКОРОСТИ ПОСЕВНОГО АГРЕГАТА ПЕРЕМЕННОЙ МАССЫ В ПРОДОЛЬНО-ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

В статье приведены уравнения пути и скорости движения посевного агрегата переменной массы в продольно-вертикальной плоскости. Если в классической механике Ньютона масса тела рассматривалась только как постоянная величина, то встречаются случаи движения тел, масса которых изменяется за время движения.

Ключевые слова: путь, скорость, посевной агрегат, переменная масса, продольно-вертикальная плоскость.

V.V. Li

THE EQUATIONS OF SOWING UNIT PATH AND SPEED WITH VARIABLE MASS IN THE LONGITUDINAL-VERTICAL PLANE

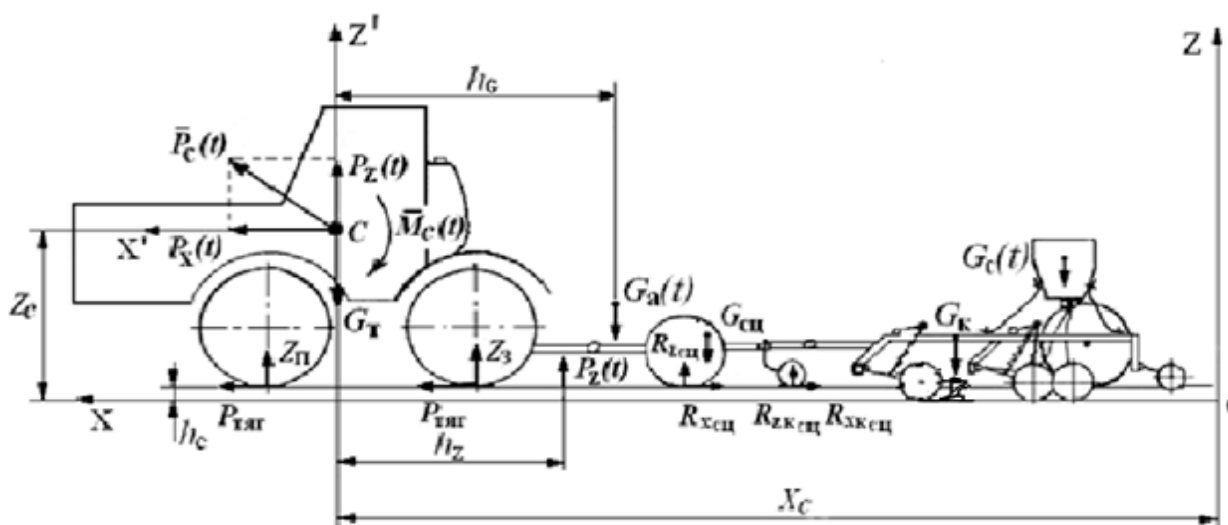
The equations of sowing unit path and speed with variable mass in the longitudinal-vertical plane are given in the article. Whereas in classical Newton mechanics, body weight was seen only as a constant value, then there are cases of body movement which mass changes during the motion.

Key words: path, speed, sowing unit, variable mass, longitudinal-vertical plane.

Введение. При движении посевного машинно-тракторного агрегата происходит высев семян высевными аппаратами. В результате масса семян в семенном ящике сеялки (ок) уменьшается [2], а следовательно, уменьшается с течением времени и масса агрегата [3]. Можно привести много примеров, где масса агрегата изменяется в процессе движения. В сельском хозяйстве это, например, посевные, посадочные агрегаты, агрегаты для разбрасывания удобрений и т.д., масса которых изменяется вследствие высева, посадки семенного материала или разброса удобрений.

Цель исследований. Показать оценку кинематических параметров движения посевного машинно-тракторного агрегата переменной массы.

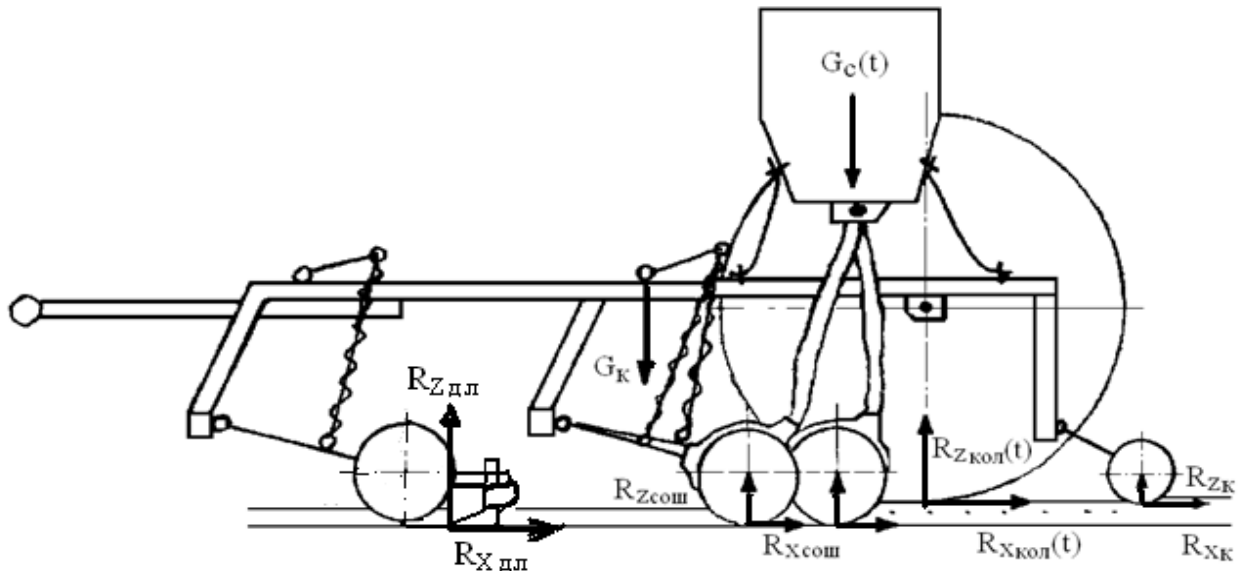
Методы и результаты исследований. Посевной машинно-тракторный агрегат (рис., а), рассматривали как механическую систему, состоящую из четырех тел: трактор, сцепка, конструкция сеялки (без семян) и семена в семенном ящике.



а

Силы, действующие на посевной агрегат в продольно-вертикальной плоскости:

а – на трактор и сцепку; б – на сеялку



б
Окончание рис.

Чтобы найти уравнения движения механической системы в обобщенных координатах, пользовались уравнениями Лагранжа. Число этих уравнений равно числу степеней свободы системы. Данными уравнениями можно пользоваться для изучения движения любой механической системы независимо от того, сколько тел входит в систему, как движутся эти тела и какое движение рассматривается [7].

Центр масс системы (агрегата) сосредоточили в центре массы трактора (т. С). Данная механическая система имеет три степени свободы и ее положение однозначно определяется координатами X_c, Z_c центра масс системы (агрегата) и углом φ поворота системы (агрегата) вокруг оси ОУ, перпендикулярной к продольно-вертикальной плоскости и проходящей через центр масс (т. С) [3].

Положение механической системы (агрегата) (рис., а), однозначно определяется тремя обобщенными координатами [3]:

$$q_1 = X_c, q_2 = Z_c, q_3 = \varphi.$$

Дифференциальное уравнение движения посевного агрегата переменной массы в продольно-вертикальной плоскости (рис.) по обобщенной координате $q_1 = X_c$ имеет вид [3]:

$$\begin{aligned} [(m_m + m_{сц} + n m_k) + n m_c(t)] \ddot{X}_c - n q_{cc} \dot{X}_c = P_{тяги} - \\ - (G_{сц\text{оп}} + n_{сц} G_{сц\text{ус}}) f_{сц} - n [(G_k + g (m_o \eta_{я} - \frac{\pi d_{кат} n_{кол} i (1 - \varepsilon) C \ell_p \gamma k}{(n_{ст} + 1)} t)) f_k + \\ + k (R_{x\text{дп}} + R_{x\text{сош}} + R_{xк}) + P_{пр}], \end{aligned} \quad (1)$$

где $m_m, m_{сц}, m_k, m_c(t)$ – массы трактора, сцепки, конструкции сеялки (без семян) и семян соответственно, кг; n – количество сеялок в агрегате, шт.; q_{cc} – секундный высев семян, кг/с; \dot{X}_c, \ddot{X}_c – скорость и ускорение центра масс системы соответственно, м/с, м/с²; $P_{тяги}$ – сила тяги колес трактора, Н; $G_{сц\text{оп}}, G_{сц\text{ус}}$ – сила тяжести сцепки, приходящаяся на опорные и самоустанавливающиеся колеса, Н; $n_{сц}$ – количество самоустанавливающихся колес сцепки, шт.; $f_{сц}, f_k$ – коэффициент сопротивления перекатыванию колес сцепки и сеялки, соответственно; G_k – сила тяжести конструкции сеялки (без семян), Н; g – ускорение свободного падения, м/с²; m_o – масса семян в семенном ящике сеялки в начальный момент времени (при полностью заполненном ящике), кг; $\eta_{я}$ – коэффициент использования вместимости емкости; $d_{кат}$ – диаметр катушки высевающего аппарата, м; $n_{кол}$ – частота оборотов опорно-приводного колеса сеялки, с⁻¹; i – передаточное отношение от опорно-приводного колеса сеялки к валу высевающих аппаратов; ε – коэффициент скольже-

ния колес сеялки; ℓ_p – длина рабочей части катушки, м; C – толщина активного слоя, м; γ – объемный вес семян, кг/м³; k – количество комплектов рабочих органов у одной сеялки (высевающих аппаратов, дисколаповых рабочих органов, сошников, прикатывающих катков) [6], шт.; n_{cm} – показатель степени, определяемый опытным путем (для пшеницы $n_{cm} = 2,6$ [4]); t – время, с; $R_{x\text{дп}}$ – тяговое сопротивление рабочих органов (дисколаповых) для разрушения почвенной корки, Н; $R_{x\text{сош}}$ – тяговое сопротивление сошников, Н; $R_{xк}$ – тяговое сопротивление прикатывающих катков, Н; $P_{пр}$ – прочие сопротивления сеялки, Н.

Правая часть дифференциального уравнения (1) равна $P_x(t)$:

$$P_x(t) = P_{\text{мяг}} - (G_{\text{сцоп}} + n_{\text{сц}} G_{\text{сцyc}}) f_{\text{сц}} - n [(G_k + g (m_o \eta_{\text{я}} - \frac{\pi d_{\text{кат}} n_{\text{кол}} i (1-\varepsilon) C \ell_p \gamma k}{(n_{\text{cm}}+1)} t)) f_k + k (R_{x\text{дп}} + R_{x\text{сош}} + R_{xк}) + P_{\text{пр}}], \quad (2)$$

где $P_x(t)$ – главный вектор в проекции на ось ОХ (рис., а), Н.

Поэтому перепишем

$$[(m_m + m_{\text{сц}} + n m_k) + n m_c(t)] \ddot{X}_c - n q_{\text{сс}} \dot{X}_c = P_x(t). \quad (3)$$

Это дифференциальное неоднородное уравнение с непостоянными коэффициентами (уравнение Эйлера [1, 5]).

Чтобы решить данное уравнение, необходимо произвести замену переменной.

Для области $n m_c(t) + (m_m + m_{\text{сц}} + n m_k) > 0$

или после преобразования с учетом выражения $m_c(t) = m_o \eta_{\text{я}} - q_{\text{сс}} t$ [2]

$$- n q_{\text{сс}} t + M > 0,$$

где $M = n m_o \eta_{\text{я}} + m_m + m_{\text{сц}} + n m_k$ – постоянная часть массы агрегата, кг;

$$q_{\text{сс}} = \frac{\pi d_{\text{кат}} n_{\text{кол}} i (1-\varepsilon) C \ell_p \gamma k}{(n_{\text{cm}} + 1)} \text{ – секундный высев семян, кг/с.}$$

Введем независимую переменную u , полагая:

$$a t + b = e^u, \quad (4)$$

где $a = - n q_{\text{сс}}$, $b = M$,

$$t = \frac{e^u - b}{a}. \quad (5)$$

Откуда

$$u = \ell n (a t + b).$$

Тогда

$$\frac{dx}{dt} = \dot{X} = \alpha e^{-u} \frac{dx}{du}, \quad \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{X} = \alpha^2 e^{-2u} \left(\frac{d^2x}{du^2} - \frac{dx}{du} \right). \quad (6)$$

После подстановки выражений (4) и (6) в уравнение (3) оно преобразуется в неоднородное уравнение с постоянными коэффициентами и примет вид:

$$\ddot{X} = \frac{1}{\alpha^2} P_x(t) e^u. \quad (7)$$

Общее решение однородного дифференциального уравнения

$$\ddot{X} = 0$$

будет

$$X_0 = C_1 + C_2 u.$$

Общее решение неоднородного уравнения (7) можно записать в виде суммы

$$X = X_0 + X^*, \quad (8)$$

где X^* – частное решение неоднородного уравнения (7).

Для нахождения частного решения уравнения (7) преобразуем его правую часть с учетом того, что мы произвели замену переменной t на u .

На основании выражения (2)

$$P_x(t) = n g q_{cc} f_k t + P,$$

где $P = P_{\text{тяг}} - R_{x_{cc}}^p - n G_k f_k - n g f_k m_o \eta_{я} - n k R_{x_{po}}^p - n P_{np}$ – постоянная (неизменяющаяся) часть главного вектора в проекции на ось OX , H ; $R_{x_{cc}}^p$ – горизонтальная равнодействующая сил сопротивления сцепки, H ; $R_{x_{po}}^p$ – горизонтальная равнодействующая сил сопротивления рабочих органов сеялки, H .

$$R_{x_{cc}}^p = \sum_{i=1}^m R_{x_{cc}} + n_{cc} R_{x_{кcc}}, \quad R_{x_{po}}^p = nk (R_{x_{дл}} + R_{x_{сош}} + R_{xк}),$$

где $R_{x_{cc}}$ – горизонтальная реакция на опорном колесе сцепки, H ; m – количество колес сцепки, шт.; $R_{x_{кcc}}$ – горизонтальная реакция на самоустанавливающимися колесами сцепки, H .

Тогда с учетом выражений (4) и (5) после некоторых преобразований, получим:

$$\frac{1}{\alpha^2} P_x(t) e^u = \frac{g f_k M + P}{n^2 q_{cc}^2} e^u - \left(\frac{g f_k}{n^2 q_{cc}^2} \right) e^{2u}. \quad (9)$$

Правая часть уравнения (9) есть сумма двух функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$. Тогда частное решение можно представить в виде суммы

$$X^* = X^*_1 + X^*_2,$$

где X^*_1 и X^*_2 есть соответственно решения уравнений

$$\ddot{X} = \frac{g f_k M + P}{n^2 q_{cc}^2} e^u \quad \text{и} \quad \ddot{X} = - \left(\frac{g f_k}{n^2 q_{cc}^2} \right) e^{2u},$$

т. е.

$$X^*_1 = \frac{g f_k M + P}{n^2 q_{cc}^2} e^u, \quad X^*_2 = - \left(\frac{g f_k}{n^2 q_{cc}^2} \right) e^{2u},$$

и уравнение (8) примет вид:

$$X = X_0 + X^*_1 + X^*_2,$$

а общее решение уравнения (7) будет:

$$X = C_1 + C_2 \ell n(-n q_{cc} t + M) + \left[\frac{4(g f_k M + P) - \alpha_k M}{4 \ell^2 \alpha_k^2} \right] (-n \alpha_{cc} t + M). \quad (10)$$

При начальных условиях:

$$t = 0; \quad X = 0; \quad \dot{X} = 0.$$

Произвольные постоянные C_1 и C_2 будут равны:

$$C_1 = \frac{\alpha_k M^2 + 2PM}{2 \ell^2 \alpha_k^2} \ell n(M) - \frac{4M(\alpha_k M + P) - \alpha_k M^2}{4 \ell^2 \alpha_k^2}; \quad (11)$$

$$C_2 = - \frac{\alpha_k M^2 + 2PM}{2 \ell^2 \alpha_k^2}. \quad (12)$$

Подставив (11) и (12) в (10), окончательно получим

$$X = \frac{2M(\alpha_k M + 2P) \ell \left(\frac{M}{M_a(t)} \right) - [4(\alpha_k M + P) - \alpha_k (M + M_a(t))] \alpha_{cc} \ell}{4 \ell^2 \alpha_k^2}, \quad (13)$$

где $M_a(t) = n(m_o \alpha_{я} - \alpha_{п}) + (m_m + m_{cc} + n m_k)$ – масса механической системы (агрегата), изменяющаяся с течением времени, кг.

Скорость посевного агрегата (V_a) есть первая производная от пути по времени. Продифференцировав выражение (13), будем иметь:

$$V_a = \dot{X} = \frac{M(\eta_k M + 2P) - [2(\eta_k M + P) - \eta_k M_a(t)] M_a(t)}{2\eta_k M_a(t)} \quad (14)$$

Во время работы посевного агрегата в конце пути должен оставаться запас семян в ящике не менее 10–15 % [8] его емкости. Поэтому

$$m_{\text{оф}} = \frac{\eta_1}{1,10 \dots 1,15},$$

где $m_{\text{оф}}$ – фактически высеваемая масса семян из семенного ящика, кг.

Время t , за которое будет высеяна фактическая масса семян, равно [2]:

$$t = \frac{\eta_1 \eta_2}{(1,1 \dots 1,15) \eta_k} \quad (15)$$

Тогда длина пути $L = V_a \cdot t$, на котором будет высеяна фактическая масса семян, с учетом выражений (14) и (15) будет равна:

$$L = \frac{M(\eta_k M + 2P) - [2(\eta_k M + P) - \eta_k M_a(t)] M_a(t)}{2\eta_k^2 M_a(t)} \times \frac{m_o \eta_2}{(1,1 \dots 1,15)} \quad (16)$$

Выводы

Получены уравнения пути (13) и скорости (14) посевного агрегата переменной массы, которые зависят от постоянной (неизменяющейся) части главного вектора (P) в проекции на ось OX , постоянной (M) и изменяющейся частей ($M_a(t)$) массы агрегата и секундного высева семян, который в свою очередь зависит от основных конструктивных параметров высевающего аппарата – $d_{\text{кат}}$, ℓ_p , C .

Полученные выражения могут использоваться при определении длины пути (L) для высева фактической массы семян, в конце которого необходимо заправить сеялку (ки) семенами (подвести семена).

Литература

1. Задачи и упражнения по математическому анализу / Г.С. Бараненков, Б.П. Демидович, В.А. Ефименко [и др.]; под ред. Б.П. Демидовича: учеб. для втузов. – 6-е изд. – М.: Наука, 1968. – 472 с.
2. Ли В.В. Закономерность изменения массы семян в семенном ящике сеялки // Вестн. КрасГАУ. – 2012. – № 4. – С. 174–179.
3. Ли В.В. Анализ движения посевного агрегата переменной массы в продольно-вертикальной плоскости // Тракторы и с.-х. машины. – 2012. – № 6. – С. 40–42.
4. Сельскохозяйственные и мелиоративные машины / Г.Е. Листопад, Г.К. Демидов, Б.Д. Зонов [и др.]; под общ. ред. Г.Е. Листопада. – Изд. 2-е. – М.: Агропромиздат, 1986. – 688 с.
5. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: учеб. для втузов. – М.: Наука, 1976. – 576 с.
6. Сеялка для посева по почвенной корке / В.В. Тумурхонов, В.В. Ли, П.А. Болоев [и др.]: пат № 2242109, РФ. – Опубл. 20.12.2004. – Бюл. № 35.
7. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – Изд. 7-е. – М.: Наука, 1970. – 480 с.
8. Сельскохозяйственные машины (теория и технологический расчет) / Б.Г. Турбин, А.Б. Лурье, С.М. Григорьев [и др.]. – Л.: Машиностроение, 1967. – 584 с.

