

## ИССЛЕДОВАНИЕ КОМПРОМИССНОГО ОПТИМУМА В MATLAB

В статье рассмотрен синтез корректирующего устройства для электромеханического объекта третьего порядка. Разработаны математические модели и приведены результаты моделирования в среде MATLAB + Simulink.

**Ключевые слова:** математическая модель, модульный оптимум, симметричный оптимум, компромиссный оптимум.

V.V. Kibardin, O.A. Kovaleva, V.N. Yazev

## THE RESEARCH OF THE COMPROMISE OPTIMUM IN MATLAB

The synthesis of the correcting device for the electromechanical object of the third order is considered in the article. There mathematical models are developed and results of the simulation in MATLAB + Simulink environment are presented.

**Key words:** mathematical model, modular optimum, symmetric optimum, compromise optimum.

**Введение и задача исследования.** Для электромеханических объектов второго-третьего порядков рекомендуется выбирать структуру и параметры регулятора по критериям модульного (МО) и симметричного (СО) оптимумов. Критерий МО обеспечивает плавные и быстрые переходные процессы по заданию и медленные по возмущению, критерий СО – быстрые по возмущению и затянутые, с перерегулированием до 54 %, по заданию. Для систем, регулятор которых выбран по критерию СО, рекомендуется включать на входе системы управления фильтр (апериодическое звено первого порядка) с постоянной времени  $4T_{\mu}$ , где  $T_{\mu}$  – малая постоянная времени контура. Это позволяет снизить перерегулирование по заданию до 8–10 % [1–3].

Указанные недостатки критерия СО можно устранить, если ввести дополнительно встречно-параллельную коррекцию, которая обеспечит наилучшие динамические характеристики как по заданию, так и по возмущению, при малой чувствительности к вариациям параметров объекта управления. Такая задача называется синтезом регулятора по критерию компромиссного оптимума (КО) [3]. Решать её будем методами математического моделирования в MATLAB+Simulink [4].

**Результаты исследования.** Рассмотрим две системы управления. Первая (рис. 1) состоит из П-регулятора ( $W_{cmo}(s)$ ), структура и параметры которого выбраны по критерию МО и объекта управления (инерционное звено первого-второго порядка  $W_i$  с малой постоянной времени  $T_{\mu}$  и интегрирующее звено  $W_m$  с большей постоянной времени  $T_o$ ), на входе которого возможно появление возмущающих воздействий  $f$

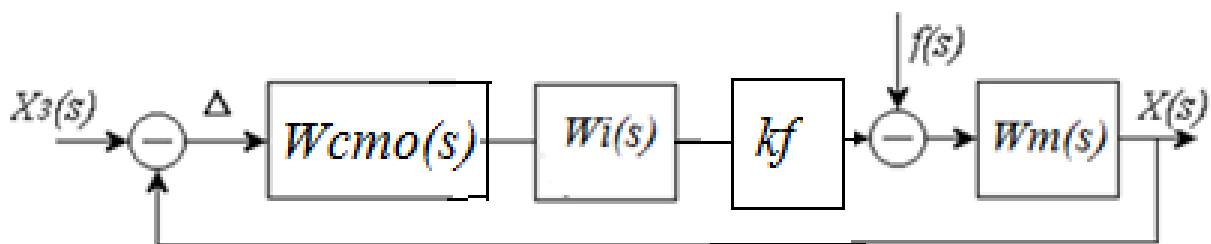


Рис. 1. Структурная схема системы управления

Вторая система (рис. 2) имеет регулятор  $W_{cso}$ , структура и параметры которого выбраны по критерию СО, объект и корректирующее устройство. Задача последнего – обеспечить переходный процесс по заданию в соответствии с критерием МО.

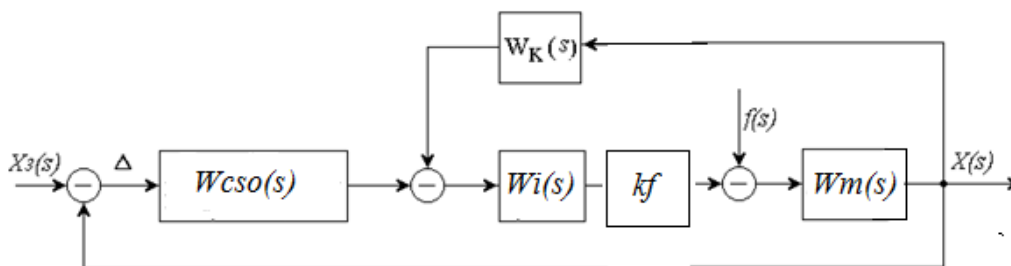


Рис. 2. Структурная схема системы управления с корректором

Для выполнения этого требования необходимо равенство передаточных функций разомкнутых систем по заданию ( $f = 0$ ), представленных на рисунках 1 и 2

$$W_{cmo}(s) * W_{im}(s) = W_{cso}(s) * \frac{W_{im}(s)}{1 + W_{im}(s) * W_k(s)}$$

где  $W_{im}(s) = W_i(s) * k_f * W_m(s)$ . Следовательно, передаточная функция корректирующего устройства

$$W_k(s) = \frac{1}{W_{im}(s)} * \left( \frac{W_{cso}(s)}{W_{cmo}(s)} - 1 \right).$$

Будем считать, что

$$W_i(s) = \frac{26.67}{0.0002s^2 + 0.02s + 1}; k_f = 1.36; W_m(s) = \frac{1}{1.3s}, k_{ds} = 0.055;$$

$$W_{cmo}(s) = 16.2914; W_{cso}(s) = \frac{0.08s + 1}{0.0049s}.$$

Тогда передаточная функция корректирующего устройства

$$W_k(s) = 1.546e-008 s^3 + 9.134e-005 s^2 + 0.009057 s + 0.449.$$

Так как коэффициенты передаточной функции при  $s^3$  и  $s^2$  малы, принимаем, что

$$W_k(s) \approx 0.009057s + 0.449 = 0.449 * (0.02s + 1) = k(T_\mu s + 1),$$

где  $k = T_o / (4T_\mu k_p)$ ;  $k_p$  – коэффициент передачи разомкнутого контура при единичной обратной связи.

Такое корректирующее устройство технически легче реализовать.

На рисунках 3–6 представлены структурные схемы систем с регуляторами МО, СО, СО + корректор МО и системы с фильтром.

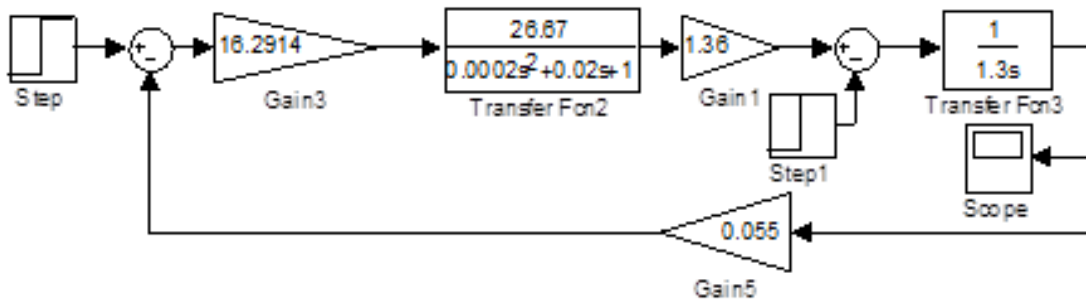


Рис. 3. Система с регулятором МО

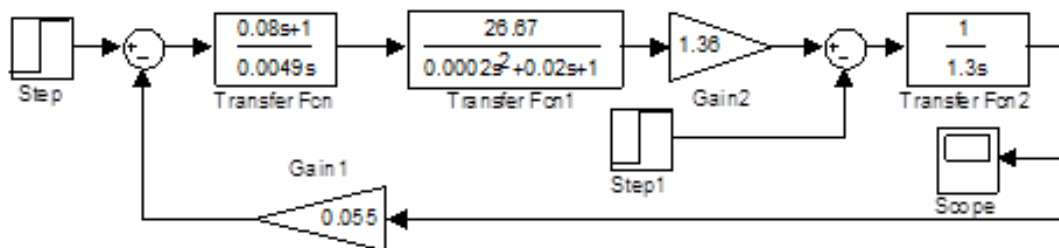


Рис. 4. Система с регулятором СО

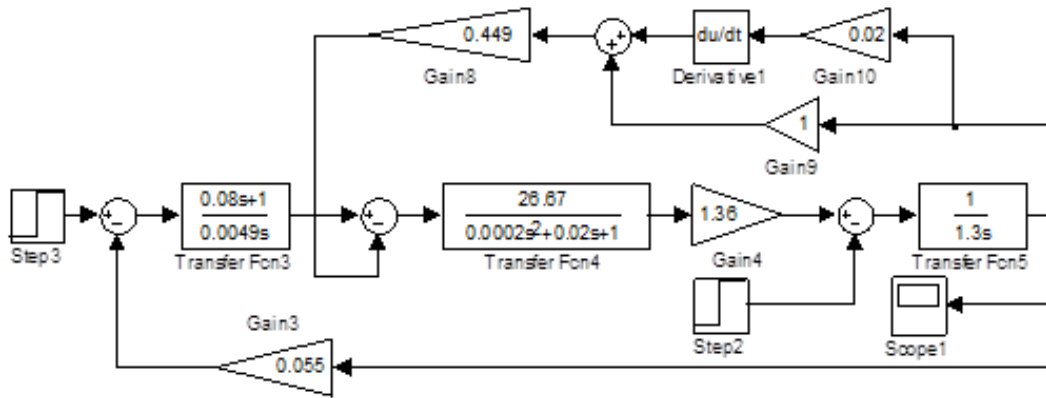


Рис. 5. Система с регулятором СО и корректором МО

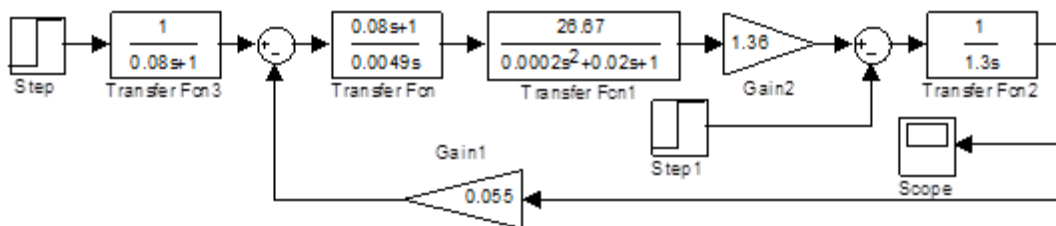


Рис. 6. Система с фильтром

Прямые и частотные показатели качества систем управления оценим по переходным характеристикам (рис. 7) и диаграммам Бode (рис. 8). Результаты анализа представлены в таблице.

С помощью структурной схемы, представленной на рисунке 9, были получены переходные характеристики по возмущению  $f$  (рис. 10) для систем, регуляторы которых были синтезированы с помощью критерия МО ( $Wfmo$ ), СО ( $Wfso$ ) и СО+корректор МО ( $Wfks0$ ). Результаты моделирования также представлены в таблице.

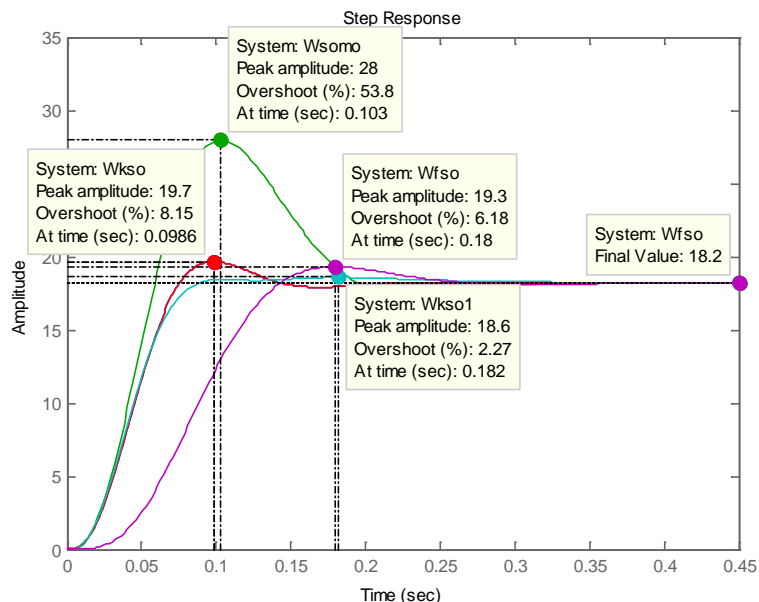


Рис. 7. Переходные функции систем, настроенных по критерию МО ( $Wfmo$ ), СО ( $Wfso$ ), с фильтром ( $Wfso$ , критерий СО), с корректором ( $Wkso$ , критерий СО, корректор МО) и корректором  $Wk(s) = 0.449(0.03s+1)$ ,  $Wkso1$

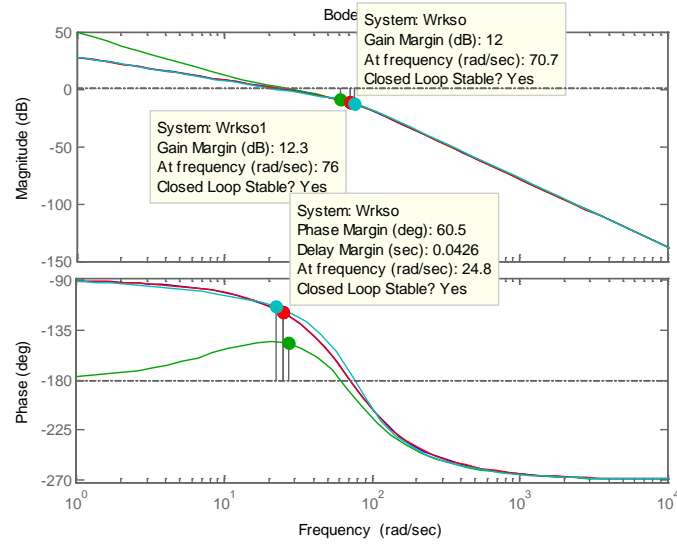


Рис. 8. Диаграммы Бode систем управления

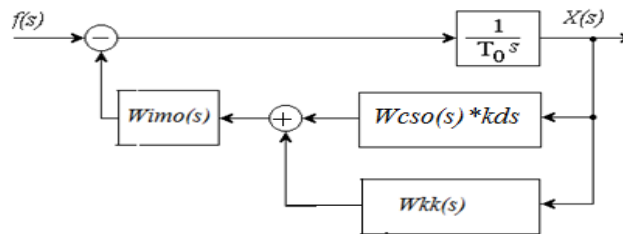


Рис. 9. Структурная схема системы по возмущению

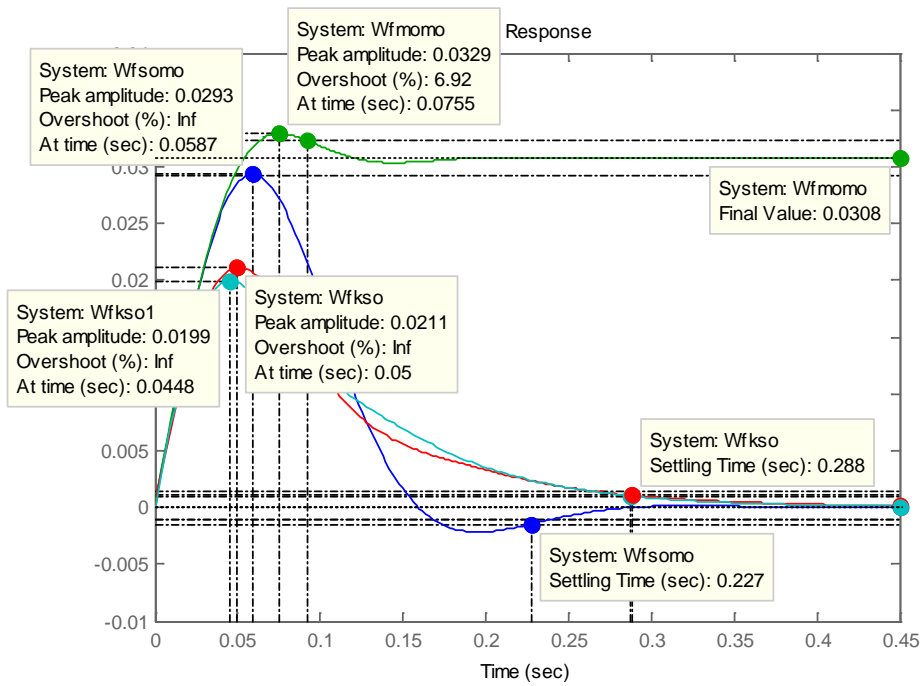


Рис. 10. Переходные функции систем управления по возмущению

## Прямые и частотные показатели качества систем управления по заданию

Система	По заданию				По возмущению		
	$t_p, c$	$\sigma, \%$	$\Delta L, д.б.$	$\Delta\phi, град$	$t_{pf}, c$	$\sigma_f, \%$	$\epsilon$
МО-МО	0,119	8,15	12	60,5	0,092	0,0329	0,0308
СО-МО	0,182	53,8	9,52	32,7	0,227	0,0293	0
СО-МО с Ф	0,202	6,18	-	-	-	-	-
СО-МО+К	0,119	8,5	12	60,5	0,288	0,0211	0
$Wk(s) = 0.449(0.03s+1)$	0.076	2.27	12.3	65.9	0,288	0,0191	0

**Выводы.** Все системы имеют нулевую статическую ошибку по заданию, но лучшими по прямым и частотным показателям качества являются системы с корректирующим устройством – параллельным соединением пропорционального и дифференцирующего звена.

Если система с регулятором МО является статической по возмущению, то другие системы астатические. Переходная характеристика по возмущению систем с корректором без колебаний, что важно для электромеханических объектов, хотя длительность переходного процесса возрастает.

Оптимальные статические и динамические свойства, как по заданию, так и по возмущению, в условии задачи имеет система с корректором, постоянная времени которого находится в диапазоне  $(1,3-1,5)T_\mu$ .

Рассмотренная коррекция равноценна введению ПИД-регулятора в контур скорости, система обладает большей устойчивостью по сравнению с некорректированной. Тем самым обеспечивается меньшая чувствительность динамики контура к изменению параметров  $T_0$ ,  $T_\mu$  и коэффициента передачи разомкнутого контура [3].

Листинги программ в MATLAB приведены в приложении.

## Литература

1. Ключев В.И. Теория электропривода: учеб. для вузов. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 704 с.
2. Рудаков В.В. Электроприводы с программным управлением и последовательной коррекцией: учеб. пособие / Ленингр. горный ин-т. – Л., 1990.
3. Егоров В.Н., Шестаков В.М. Динамика систем электропривода. – Л.: Энергоиздат, Ленингр. отд-ние, 1983.
4. Перельмутер И.М. Пакеты расширения MATLAB. Control System Toolbox и Robust Control Toolbox. – М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2008. – 224 с. – (Серия «Библиотека профессионала»).

## Приложение

## Листинги программ

**Листинг 1.** Расчёт передаточной функции корректирующего устройства

$W_i = \text{tf}([26.67], [0.0002 \ 0.02 \ 1]);$   $W_{cso} = \text{tf}([0.08 \ 1], [0.0049 \ 0]);$   $k_f = 1.36;$

$W_m = \text{tf}([1], [1.3 \ 0]);$   $W_{cmo} = 16.2914;$   $W_{im} = W_i * k_f * W_m;$

$W_{cso} = \text{tf}([0.08 \ 1], [0.0049 \ 0]);$   $W_1 = W_{cso} / W_{cmo} - 1;$   $W_k = W_1 / W_{im};$

$W_{kk} = \text{minreal}(W_k)$

Transfer function:

$1.546e-008 s^3 + 9.134e-005 s^2 + 0.009057 s + 0.449$

**Листинг 2.** Расчёт переходных функций систем управления по заданию

$W_{momo} = \text{feedback}(W_{cmo} * W_{im}, 0.055);$   $W_{somo} = \text{feedback}(W_{cso} * W_{im}, 0.055);$

$W_{kk}(s) = \text{tf}([0.009057 \ 0.449], [1]);$   $W_{imk} = \text{feedback}(W_{im}, W_{kk});$

$W_{kso} = \text{feedback}(W_{cso} * W_{imk}, 0.055);$   $W_f = \text{tf}([1], [0.08 \ 1]);$

$W_{fso} = \text{feedback}(W_f * W_{so});$   $\text{step}(W_{momo}, W_{somo});$   $\text{step}(W_{kso}, W_{fso});$

**Листинг 3. Расчет частотных характеристик**

```
Wrsomo=Wcso*Wim*0.055; Wrmomo=Wcmo*Wim*0.055;  
Wrkso=Wcso*Wimk*0.055; bode(Wrmomo,Wrsomo,Wrkso)
```

**Листинг 4. Расчёт переходных функций систем управления по возмущению**

```
kds=0.055; Wif=Wi*kf; Wkos=Wif*(Wcso*kds+Wkk); minreal(Wkos);  
Wfkso=feedback(Wm,Wkos); minreal(Wfkso); Wos=Wif*Wcso*kds;  
Wfsomo=feedback(Wm,Wos); Wfos=Wif*Wcmo*kds; Wfmomo=feedback(Wm,Wfos); Wk1=tf([0.0136  
0.449],[1]);  
Wkos1=Wif*(Wcso*kds+Wk1); Wfkso1=feedback(Wm,Wkos1);  
step(Wfsomo,Wfmomo,Wfkso,Wfkso1)
```

