

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ МАТРИЦЫ УЗЛОВЫХ ПРОВОДИМОСТЕЙ ТРАНСФОРМАТОРА СО СХЕМОЙ СОЕДИНЕНИЯ ОБМОТОК «ЗВЕЗДА–ЗВЕЗДА»

Получено аналитическое выражение для матрицы узловых проводимостей трансформатора со схемой соединения обмоток «звезда–звезда», не требующее процедуры обращения матриц.

Ключевые слова: трансформатор, аварийный режим, несимметричный режим, метод фазных координат, матрица узловых проводимостей, схема соединения обмоток, аналитическое выражение.

V.A. Soldatov, E.A. Chebesov

ANALYTICAL EXPRESSION OF THE BUS ADMITTANCE MATRIX OF THE TRANSFORMER WITH THE SCHEME OF THE WINDING CONNECTION «STAR – STAR»

The analytical expression for the bus admittance matrix of the transformer with the scheme of the winding connection “star–star” that does not require the matrix converting procedure is received.

Key words: transformer, emergency operation, asymmetrical operation, method of phase coordinates, bus admittance matrix, scheme of winding connection, analytical expression.

Введение. Расчет аварийных несимметричных режимов электрических сетей является актуальной задачей. Для этого используют либо координаты трех симметричных составляющих, либо фазные координаты [1–3]. В электрических сетях класса 110 кВ и выше метод фазных координат хорошо себя зарекомендовал. В распределительных сетях 0,38–6–10–35 кВ этот метод применяется пока ограниченно. Метод трех симметричных составляющих строго справедлив только для трехфазных и симметричных электрических сетей. Кроме того, он требует составления сложных схем замещений относительно аварийной точки сети. В методе фазных координат нет этих недостатков.

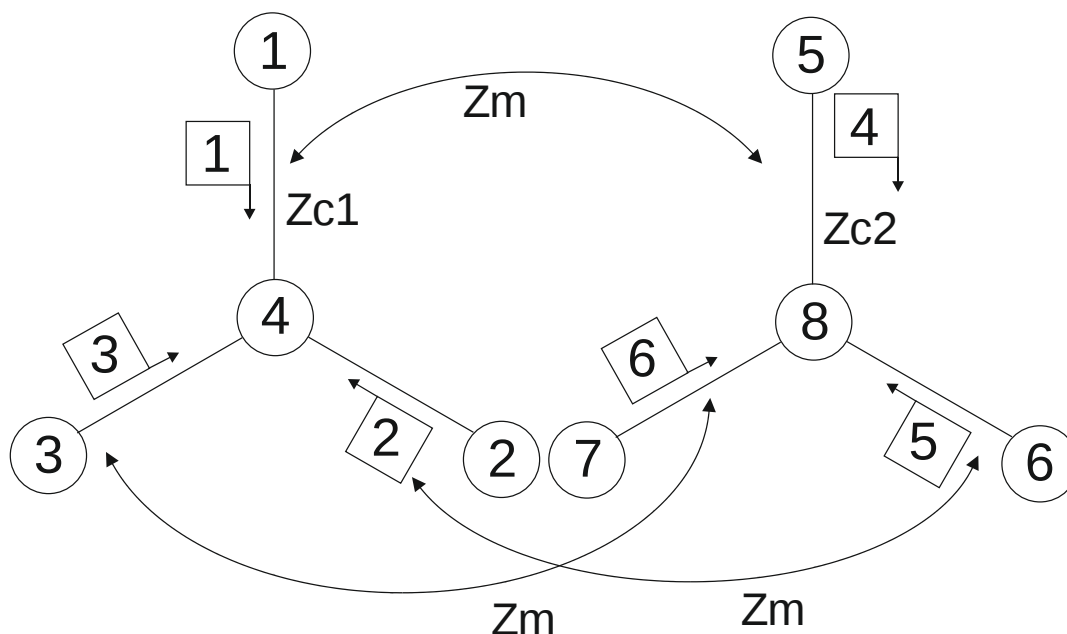
В основном методики расчета несимметричных аварийных режимов основываются на матрицах узловых проводимостей элементов электрической сети (линий, двухобмоточных трансформаторов, трехобмоточных трансформаторов, автотрансформаторов, компенсирующих устройств, нагрузок, источников реактивной мощности и др.). По матрицам узловых проводимостей строят схемы замещения как самих элементов сети, так и сети в целом. Таким образом, для каждого элемента сети необходимо знать матрицу узловых проводимостей.

Наиболее сложными для моделирования являются трансформаторы. В большинстве методик, чтобы найти матрицу узловых проводимостей трансформатора, используют процедуру обращения комплексной матрицы собственных и взаимных сопротивлений трансформатора. Это вызывает определенные трудности, так как требуется компьютерная программа обращения матриц. В данной статье поставлена задача получения аналитических выражений для матрицы узловых проводимостей трансформатора в фазных координатах без необходимости использования процедуры обращения матрицы.

В сетях 0,38 кВ используется потребительский трансформатор со схемой соединения обмоток «звезда–звезда». Получим матрицу узловых проводимостей для данного трансформатора. При необходимости нулевую точку трансформатора на выходе можно заземлить. В этом случае получим трансформатор со схемой соединения «звезда–звезда с нулем» [4].

Расчетная схема данного трансформатора представлена на рисунке. На этой схеме номера узлов указаны в кружках, а номера ветвей в квадратах. На схеме обозначены собственные сопро-

тивления входной (Z_{c1}) и выходной (Z_{c2}) обмоток и взаимные (Z_m) сопротивления между ними. Эти сопротивления можно определить по паспортным данным трансформатора.



Расчетная схема трансформатора «звезда-звезда»

После нумерации узлов и ветвей трансформатора можно составить матрицу соединений (инциденции) M

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Если известна матрица соединений M и матрица собственных и взаимных сопротивлений ветвей ZV , то матрица узловых проводимостей трансформатора определится как

$$Y = M \cdot ZV^{-1} \cdot M^T. \quad (2)$$

Данный трансформатор может быть трехбакового исполнения (обмотки каждой из фаз А, В, С размещены в трех отдельных баках) и однобакового исполнения (все обмотки размещены в одном баке). Рассмотрим оба указанных случая исполнения трансформатора.

Трехбаковое исполнение трансформатора. Для двухобмоточного трехфазного трехбакового трансформатора матрица сопротивлений ветвей ZV имеет вид

$$ZV = \begin{bmatrix} Zc1 & 0 & 0 & Zm & 0 & 0 \\ 0 & Zc1 & 0 & 0 & Zm & 0 \\ 0 & 0 & Zc1 & 0 & 0 & Zm \\ Zm & 0 & 0 & Zc2 & 0 & 0 \\ 0 & Zm & 0 & 0 & Zc2 & 0 \\ 0 & 0 & Zm & 0 & 0 & Zc2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Обратная матрица ZV^{-1} будет иметь вид

$$ZV^{-1} = \frac{1}{d} \begin{bmatrix} -Zc2 & 0 & 0 & Zm & 0 & 0 \\ 0 & -Zc2 & 0 & 0 & Zm & 0 \\ 0 & 0 & -Zc2 & 0 & 0 & Zm \\ Zm & 0 & 0 & -Zc1 & 0 & 0 \\ 0 & Zm & 0 & 0 & -Zc1 & 0 \\ 0 & 0 & Zm & 0 & 0 & -Zc1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Здесь

$$d = Zm^2 - Zc1 \cdot Zc2. \quad (5)$$

Подставляя (1), (4) и (5) в (2), получим искомую матрицу узловых проводимостей Y трансформатора

$$Y = \frac{1}{d} \begin{bmatrix} -Zc2 & 0 & 0 & Zc2 & Zm & 0 & 0 & -Zm \\ 0 & -Zc2 & 0 & Zc2 & 0 & Zm & 0 & -Zm \\ 0 & 0 & -Zc2 & Zc2 & 0 & 0 & Zm & -Zm \\ Zc2 & Zc2 & Zc2 & -3 \cdot Zc2 & -Zm & -Zm & -Zm & 3 \cdot Zm \\ Zm & 0 & 0 & -Zm & -Zc1 & 0 & 0 & Zc1 \\ 0 & Zm & 0 & -Zm & 0 & -Zc1 & 0 & Zc1 \\ 0 & 0 & Zm & -Zm & 0 & 0 & -Zc1 & Zc1 \\ -Zm & -Zm & -Zm & 3 \cdot Zm & Zc1 & Zc1 & Zc1 & -3 \cdot Zc1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Разделяя (6) на блоки относительно узлов входа (1–4) и узлов выхода (5–8), получим блоки матрицы узловых проводимостей трансформатора

$$Y_{11} = \frac{1}{d} \cdot \begin{bmatrix} -Zc2 & 0 & 0 & Zc2 \\ 0 & -Zc2 & 0 & Zc2 \\ 0 & 0 & -Zc2 & Zc2 \\ Zc2 & Zc2 & Zc2 & -3 \cdot Zc2 \end{bmatrix} \quad Y_{12} = \frac{1}{d} \cdot \begin{bmatrix} Zm & 0 & 0 & -Zm \\ 0 & Zm & 0 & -Zm \\ 0 & 0 & Zm & -Zm \\ -Zm & -Zm & -Zm & 3 \cdot Zm \end{bmatrix}$$

$$Y_{21} = \frac{1}{d} \cdot \begin{bmatrix} Z_m & 0 & 0 & -Z_m \\ 0 & Z_m & 0 & -Z_m \\ 0 & 0 & Z_m & -Z_m \\ -Z_m & -Z_m & -Z_m & 3 \cdot Z_m \end{bmatrix} \quad Y_{22} = \frac{1}{d} \cdot \begin{bmatrix} -Z_{c1} & 0 & 0 & Z_{c1} \\ 0 & -Z_{c1} & 0 & Z_{c1} \\ 0 & 0 & -Z_{c1} & Z_{c1} \\ Z_{c1} & Z_{c1} & Z_{c1} & -3 \cdot Z_{c1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Таким образом, полученные аналитические выражения (6)–(7) позволяют определять матрицу узловых проводимостей трансформатора «звезда–звезда» в трехбаковом исполнении без необходимости обращения матриц.

Однобаковое исполнение трансформатора. Как показано в [3], для однобакового трансформатора можно принять, что взаимные сопротивления отличаются от соответствующих собственных сопротивлений на одно и то же число N . В этом случае для двухобмоточного трехфазного однобакового трансформатора матрица сопротивлений ветвей $ZV0$ будет иметь вид

$$ZV0 = \begin{bmatrix} Z_{c1} & Z_{c1} \cdot N & Z_{c1} \cdot N & Z_m & Z_m \cdot N & Z_m \cdot N \\ Z_{c1} \cdot N & Z_{c1} & Z_{c1} \cdot N & Z_m \cdot N & Z_m & Z_m \cdot N \\ Z_{c1} \cdot N & Z_{c1} \cdot N & Z_{c1} & Z_m \cdot N & Z_m \cdot N & Z_m \\ Z_m & Z_m \cdot N & Z_m \cdot N & Z_{c2} & Z_{c2} \cdot N & Z_{c2} \cdot N \\ Z_m \cdot N & Z_m & Z_m \cdot N & Z_{c2} \cdot N & Z_{c2} & Z_{c2} \cdot N \\ Z_m \cdot N & Z_m \cdot N & Z_m & Z_{c2} \cdot N & Z_{c2} \cdot N & Z_{c2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Обратная матрица $ZV0^{-1}$ будет иметь вид

$$ZV0^{-1} = \frac{1}{d \cdot dn} \begin{bmatrix} -Z_{c2} \cdot (N+1) & -N \cdot Z_{c2} & -N \cdot Z_{c2} & -Z_m \cdot (N+1) & N \cdot Z_m & N \cdot Z_m \\ -N \cdot Z_{c2} & -Z_{c2} \cdot (N+1) & -N \cdot Z_{c2} & N \cdot Z_m & -Z_m \cdot (N+1) & N \cdot Z_m \\ -N \cdot Z_{c2} & -N \cdot Z_{c2} & -Z_{c2} \cdot (N+1) & N \cdot Z_m & N \cdot Z_m & -Z_m \cdot (N+1) \\ -Z_m \cdot (N+1) & N \cdot Z_m & N \cdot Z_m & Z_{c1} \cdot (N+1) & -N \cdot Z_{c1} & -N \cdot Z_{c1} \\ N \cdot Z_m & -Z_m \cdot (N+1) & N \cdot Z_m & -N \cdot Z_{c1} & Z_{c1} \cdot (N+1) & -N \cdot Z_{c1} \\ N \cdot Z_m & N \cdot Z_m & -Z_m \cdot (N+1) & -N \cdot Z_{c1} & -N \cdot Z_{c1} & Z_{c1} \cdot (N+1) \end{bmatrix} \quad (9)$$

Здесь

$$d = Z_m^2 - Z_{c1} \cdot Z_{c2}; \quad dn = (N-1) \cdot (2N+1) \quad (10)$$

Подставляя (1), (9) и (10) в (2), получим искомую матрицу узловых проводимостей трансформатора $Y0$, которую разделим на блоки

$$Y0 = \begin{bmatrix} Y_{011} & Y_{012} \\ Y_{021} & Y_{022} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

В (11) блоки матрицы $Y0$ равны

$$\begin{aligned}
 Y_{011} &= \frac{1}{d \cdot dn} \cdot \begin{bmatrix} Zc2 \cdot (N+1) & -N \cdot Zc2 & -N \cdot Zc2 & Zc2 \cdot (N-1) \\ -N \cdot Zc2 & Zc2 \cdot (N+1) & -N \cdot Zc2 & Zc2 \cdot (N-1) \\ -N \cdot Zc2 & -N \cdot Zc2 & Zc2 \cdot (N+1) & Zc2 \cdot (N-1) \\ Zc2 \cdot (N-1) & Zc2 \cdot (N-1) & Zc2 \cdot (N-1) & -3 \cdot Zc2 \cdot (N-1) \end{bmatrix} \\
 Y_{012} &= \frac{1}{d \cdot dn} \cdot \begin{bmatrix} -Zm \cdot (N+1) & N \cdot Zm & N \cdot Zm & -Zm \cdot (N-1) \\ N \cdot Zm & -Zm \cdot (N+1) & N \cdot Zm & -Zm \cdot (N-1) \\ N \cdot Zm & N \cdot Zm & -Zm \cdot (N+1) & -Zm \cdot (N-1) \\ -Zm \cdot (N-1) & -Zm \cdot (N-1) & -Zm \cdot (N-1) & 3 \cdot Zm \cdot (N-1) \end{bmatrix} \\
 Y_{021} &= \frac{1}{d \cdot dn} \cdot \begin{bmatrix} -Zm \cdot (N+1) & N \cdot Zm & N \cdot Zm & -Zm \cdot (N-1) \\ N \cdot Zm & -Zm \cdot (N+1) & N \cdot Zm & -Zm \cdot (N-1) \\ N \cdot Zm & N \cdot Zm & -Zm \cdot (N+1) & -Zm \cdot (N-1) \\ -Zm \cdot (N-1) & -Zm \cdot (N-1) & -Zm \cdot (N-1) & 3 \cdot Zm \cdot (N-1) \end{bmatrix} \\
 Y_{022} &= \frac{1}{d \cdot dn} \cdot \begin{bmatrix} Zc1 \cdot (N+1) & -N \cdot Zc1 & -N \cdot Zc1 & Zc1 \cdot (N-1) \\ -N \cdot Zc1 & Zc1 \cdot (N+1) & -N \cdot Zc1 & Zc1 \cdot (N-1) \\ -N \cdot Zc1 & -N \cdot Zc1 & Zc1 \cdot (N+1) & Zc1 \cdot (N-1) \\ Zc1 \cdot (N-1) & Zc1 \cdot (N-1) & Zc1 \cdot (N-1) & -3 \cdot Zc1 \cdot (N-1) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{12}$$

Выводы. Таким образом, полученные аналитические выражения (8)–(12) позволяют определять матрицу узловых проводимостей трансформатора «звезда–звезда» в однобаковом исполнении без необходимости обращения матриц.

Полученные аналитические выражения (3)–(12) облегчают задачу расчета аварийных несимметричных режимов электрических сетей с данным трансформатором, так как не требуется процедура обращения комплексных матриц.

Литература

1. Мельников Н.А. Матричный метод анализа электрических сетей. – М.: Энергия, 1972.
2. Лосев С.Б., Чернин А.Б. Вычисление электрических величин в несимметричных режимах электрических систем. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 528 с.
3. Бернас С., Цек З. Математические модели элементов электроэнергетических систем: пер. с пол. – М.: Энергоиздат, 1982. – 312 с.
4. Солдатов В.А., Баранов А.А. Аналитические выражения для матрицы передачи трансформатора "звезда–звезда с нулем" // Актуальные проблемы науки в АПК: мат-лы 61-й Междунар. науч.-практ. конф. – Кострома, 2010. – Т.2.

