

$\alpha = 1, \dots, 3$, $y_j = 12h + 6h(\beta - 1)$, $\beta = 1, \dots, 31$, на балку V_0 действуют вертикальные силы $P_z = 0,015$. На рисунке 6 схематично показаны силы P_z . Модуль Юнга связующего материала равен 1, волокна – 10, коэффициент Пуассона для волокна и связующего материала равен 0,3. Длина балки $L = 192h$, поперечное сечение балки с характерными размерами $18h \times 18h$ имеет отверстие сложной формы (см. рис. 3).

Результаты расчетов балки V_0 показывают следующее. Максимальное эквивалентное напряжение $\sigma_h = 3,659$ (перемещение $w_h = 224,697$) двухсеточной дискретной модели \mathbf{R}_h балки V_0 отличается от максимального эквивалентного напряжения $\sigma_0 = 3,940$ (перемещения $w_0 = 228,802$) базовой дискретной модели \mathbf{R}_0 на 7,13 % (на 1,79 %). Размерность базовой модели \mathbf{R}_0 балки V_0 равна 178560, ширина ленты системы уравнений (СУ) МКЭ равна 1985. Двухсеточная дискретная модель \mathbf{R}_h балки V_0 имеет 1152 узловых неизвестных (т.е. имеет в 155 раз меньше неизвестных базовой модели \mathbf{R}_0), ширина ленты СУ МКЭ равна 359 (в 5,5 раза меньше ширины ленты СУ МКЭ модели \mathbf{R}_0). Реализация МКЭ для двухсеточной модели \mathbf{R}_h требует в 855 раз меньше объема памяти ЭВМ, чем для базовой модели \mathbf{R}_0 . Эквивалентные напряжения определяются по 4-й теории прочности.

Литература

1. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975.
2. Фудзии Т., Дзако М. Механика разрушения композиционных материалов. – М.: Мир, 1982.
3. Матвеев А.Д. Некоторые подходы проектирования упругих многосеточных конечных элементов. – Деп. в ВИНТИ № 2990-В00. 2000.
4. Матвеев А.Д. Многосеточное моделирование композитов нерегулярной структуры с малым коэффициентом заполнения // ПМТФ. – 2004. – № 3.
5. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности. – М.: Высш. шк., 1982.
6. Норри Д., Ж. де Фриз. Введение в метод конечных элементов. – М.: Мир, 1981.



УДК 539.371

И.О. Богульский

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНОГО НОРМАЛЬНОГО УДАРА ПО СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНОЙ ПРЕГРАДЕ

В работе проведено моделирование взаимодействия большого числа жестких цилиндрических ударников с упругой, слоисто-неоднородной плитой. Решение основано на эффективном численном решении задачи о взаимодействии одного жесткого цилиндра с неоднородной преградой и алгоритме сборки полного решения путем суперпозиции элементарных решений.

Ключевые слова: упругая среда, суперпозиция, численное решение.

I.O. Bogulskii

MODELING OF THE COMPLEX NORMAL IMPACT ON THE LAYERED-INHOMOGENEOUS BARRIER

The interaction modeling of a large number of rigid cylindrical projectiles with the elastic, layered-inhomogeneous plate is conducted in the article. The solution is based on the task efficient numerical solution of one rigid cylinder interaction with the inhomogeneous barrier and on the algorithm of the complete solution integration by superposition of elementary solutions.

Key words: elastic medium, superposition, numerical solution.

Сложность задачи взаимодействия ударников с преградой заключена в существенной трехмерности как пространственных форм ударников, так и взаимодействия волновых полей, инициируемых в преграде ударниками при множественном воздействии. Тем не менее удается достаточно эффективно исследовать процессы динамического деформирования преграды при невысокой интенсивности воздействия ударников на преграду, взаимодействие волновых полей, ограничиваясь простой реологией преграды. Эта возможность заключается в конструировании решения трехмерной задачи на основе известных (предварительно полученных) двумерных решений. Такое конструирование (суперпозиция решений) возможно при определенной постановке задачи и является достаточно эффективным алгоритмом решения. При этом появляется возможность решения следующих задач:

- вычисление концентрации напряжений в областях между ударниками вплоть до возникновения критической концентрации;
- моделирование (при наличии решений задачи для ударников достаточно малого диаметра) воздействия на преграду телом достаточно сложной пространственной формы путем конструирования (сборки) этой формы;
- задачи оптимизации (как с точки зрения наиболее эффективного воздействия на преграду, так и наиболее эффективной защиты от ударного воздействия), требующей многопараметрических расчетов.

Постановка задачи

Ограничимся рассмотрением процесса взаимодействия ударников с преградой в следующей постановке.

Пусть плита, выполненная из упругого материала, подвергается интенсивному нормальному ударному воздействию со стороны лицевой поверхности несколькими ударниками (рис. 1). Будем считать, что ударники имеют форму достаточно протяженных цилиндрических стержней, так что на процессы деформирования не будут влиять эффекты, связанные с отражением волн от тыльной стороны ударников и, как следствие, с их отскоком от преграды и т.п. Допускается, что все ударники имеют различные известные скорости подлета U_1, U_2, \dots, U_N , и предполагается, что известны времена налета, т.е. известны времена запаздывания Δt_i i -го ударника по сравнению с первым.

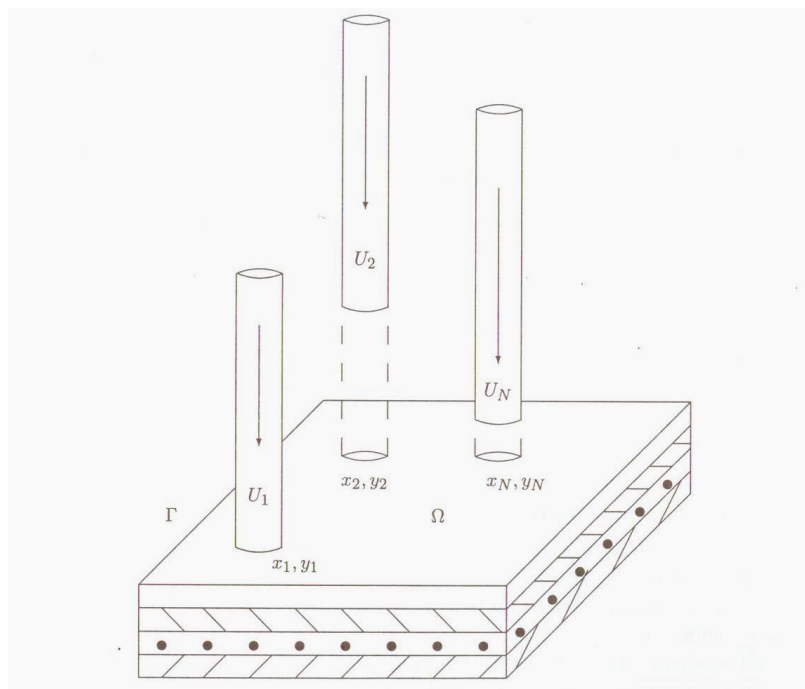


Рис. 1. Схема множественного ударного воздействия жестких ударников на упругую плиту

Будем предполагать, что преграда представляет собой упругую слоистую плиту, слои которой перпендикулярны общей оси, расположенной нормально к лицевой поверхности. Будем считать плиту достаточно протяженной, так что влияние отраженных волн от краев преграды на процесс деформирования незначительно. Это справедливо в том случае, если точки контакта ударников и плиты достаточно удалены от торца пластины. Это характерное расстояние L может быть оценено как

$$L = \min \rho(M_0, \Gamma) \geq 2c_p^1 t^*,$$

где c_p^1 – скорость продольных упругих волн в приповерхностном слое; Γ – граница плиты; t^* – время пробега упругой волны до тыльной поверхности пластины; M_0 – точка контакта.

Такая линейная постановка задачи дает возможность получать решение сформулированной трехмерной задачи в виде суперпозиции решений двумерных осесимметричных задач о нормальном ударе одним центрально-симметричным ударником по слоисто-неоднородной упругой цилиндрической плите. Более того, двумерная осесимметричная задача для плиты определенной структуры и ударника определенного радиуса решается только один раз, после чего ее решение, записанное в виде набора данных, используется при конструировании любой трехмерной задачи описанного класса.

Ясно, что в основе такого моделирования лежит численное решение двумерной упругой задачи и его успех в большой степени определяется тем, насколько качественно и точно удастся получить это решение. Алгоритм решения двумерной осесимметричной задачи подробно изложен в [1, 2], там же приведен пример численного решения задачи, являющейся основным элементом решения трехмерной задачи. Эта «элементарная» задача формулируется следующим образом.

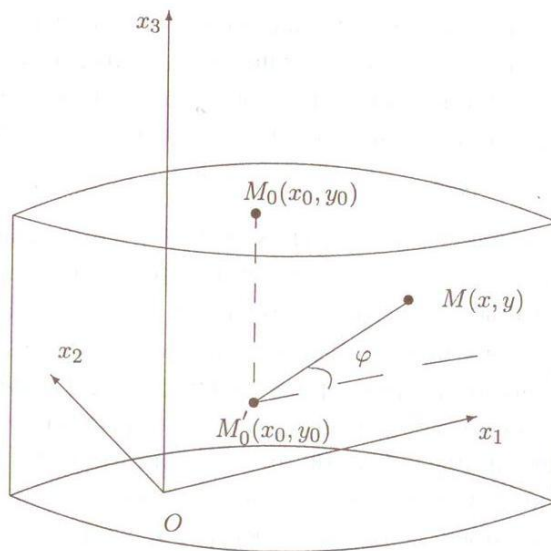


Рис. 2. Декартова прямоугольная система координат в пластине

Внутри слоистого цилиндра радиуса R , длины H при $t > 0$ необходимо определить неизвестные функции $\sigma_r, \sigma_z, \sigma_\varphi, \tau_{rz}, u_r, u_z$, удовлетворяющие уравнениям движения и закону Гука. Начальные условия при $t = 0$ нулевые. Тыльная сторона $z = 0$ свободна от напряжений

$$\sigma_z|_{z=0} = 0, \quad \tau_{rz}|_{z=0} = 0.$$

На лицевой поверхности $z = H$ внутри круга радиуса R_0 задана единичная нормальная скорость, вне этого круга поверхность является свободной

$$u_z|_{z=H} = 1, \quad r \leq R_0, \quad \sigma_z|_{z=H}, \quad r > R_0, \quad \tau_{rz}|_{z=H},$$

на боковой поверхности цилиндра $r = R$ сформулированы неотражающие условия [1]. Между однородными слоями выполнены условия сопряжения векторов напряжения и скорости.

Алгоритм сборки

Важным элементом решения задачи в комплексе является перенос решения осесимметричной «элементарной» задачи в цилиндрических координатах на трехмерную сетку, образованную декартовыми координатами в рассматриваемой пластине. К этому моменту мы уже имеем вычисленные в каждой ячейке области (r, z) в некоторые достаточно близкие моменты времени t значения компонент тензора напряжений и вектора скорости.

С пластиной свяжем декартову систему координат (x_1, x_2, x_3) (рис. 2), ось x_3 направим вдоль оси z цилиндрической системы координат (r, φ, z) . Мы хотим вычислить компоненты тензора напряжений T в системе координат (x_1, x_2, x_3) в плоскости $x_3 = x_3^*$ в случае, когда один ударник налетает на плиту в точке $M_0(x_0, y_0)$ с единичной скоростью. Ограничимся случаем вычисления компонент тензора не в произвольной точке плоскости $x_3 = x_3^*$, а в центрах ячеек квадратной сетки на этой плоскости, образованной прямыми, параллельными осям x_1 и x_2 (рис. 3). Пусть нас интересует решение в точке M .

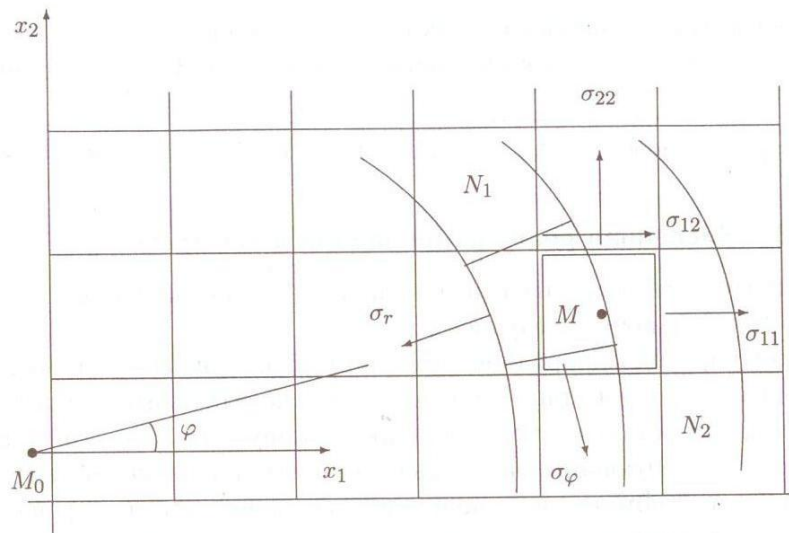


Рис. 3. К вычислению компонент тензора напряжений в центрах ячеек квадратной сетки

Зная расстояние $|M_0M| = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$ и ширину ячейки h , определяем два цилиндрических слоя с номерами N_1 и N_2 , между срединными поверхностями которых лежит точка M . Тогда значения компонент тензора напряжений T в точке M можно получить в результате линейной интерполяции по двум соседним значениям:

$$\hat{\sigma}_r = \sigma_r|_{N_1} + \frac{N_1 M}{h} (\sigma_r|_{N_2} - \sigma_r|_{N_1}),$$

$$\hat{\tau}_{rz} = \tau_{rz}|_{N_1} + \frac{N_1 M}{h} (\tau_{rz}|_{N_2} - \tau_{rz}|_{N_1}).$$

Связь между компонентами тензора напряжений в декартовой и цилиндрической системах координат дается формулами:

$$\sigma_{11} = \hat{\sigma}_r \cos^2 \varphi + \hat{\sigma}_\varphi \sin^2 \varphi, \quad \sigma_{22} = \hat{\sigma}_r \sin^2 \varphi + \hat{\sigma}_\varphi \cos^2 \varphi,$$

$$\sigma_{33} = \hat{\sigma}_z, \quad \sigma_{12} = (\hat{\sigma}_r - \hat{\sigma}_\varphi) \cos \varphi \sin \varphi,$$

$$\sigma_{13} = \hat{\tau}_{rz} \cos \varphi, \quad \sigma_{23} = \hat{\tau}_{rz} \sin \varphi.$$

Входящие в формулы функции $\sin \varphi$ и $\cos \varphi$ вычисляются как

$$\sin \varphi = (x - x_0)/|M_0M|, \quad \cos \varphi = (y - y_0)/|M_0M|.$$

Таким образом, в центре каждой ячейки плоскости $x_3 = x_3^*$ вычисляются все компоненты тензора напряжений $\sigma_{ij}, i, j = 1, 2, 3$.

Информативной характеристикой напряженного состояния в точке является интенсивность касательных напряжений. Она вычисляется как

$$I_2 = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2)}.$$

Таким образом, трехмерную задачу о нормальном ударном воздействии на слоисто-неоднородную упругую плиту удалось свести к суперпозиции решений двумерных задач.

Численная реализация задачи в комплексе

Изложим основные принципы численной реализации этой задачи и приведем некоторые примеры решений. Окончательно алгоритм решения полной задачи представляет собой последовательность следующих этапов.

1. Для упругой однородной либо вертикально-неоднородной пластины решается «элементарная» задача об ударе налетающим на пластину с единичной скоростью жестким ударником-цилиндром радиуса R_0 . Это самый длительный и трудоемкий этап, требующий значительного объема оперативной памяти. Он является автономным и выполняется вне зависимости от решения полной задачи. В результате решения создаются и хранятся файлы данных, содержащие компоненты тензора напряжений и вектора скорости во всех ячейках расчетной области на каждом шаге по времени. Решения для ударников различных радиусов и различных плит составляют банк задачи.

2. Решение самой задачи о множественном ударе не является столь ресурсоемким, так как конструируется из готовых решений, которые могут считываться в оперативную память по частям. Решение начинается с задания входной информации, состоящей:

- из количества налетающих ударников;
- координат центров каждого из них;
- скорости налетания каждого из них;
- относительного запаздывания налетания по сравнению с первым.

3. В диалоговом режиме принимается решение: в каких сечениях плиты и в какие моменты времени необходимо получить напряженно-деформируемое состояние и поле скоростей.

4. Перебирая все запланированные точки в каждом интересующем нас сечении, с помощью описанного в [1] алгоритма сборки находим решение. При этом в каждой точке суммируются решения, умноженные соответственно на U_i и сдвинутые по времени на Δt_i , где U_i – скорость подлета i -го ударника, Δt_i – его запаздывание по сравнению с первым.

5. Решение (поле напряжений, интенсивность касательных напряжений и т.д.) в слое выдается в виде набора линий уровня, для построения которых используется интерполяция известных в узлах регулярной сетки значений кубическими сплайнами.

Рассмотрим некоторые численные примеры, иллюстрирующие работоспособность описанного алгоритма и возможности предлагаемого метода. Характерными напряжениями при нормальном подлете ударников будут напряжения σ_z – нормальные к площадкам параллельным сечениям $z = const$. Во всех рассмотренных далее примерах была выбрана регулярная кубическая сетка $70 \times 70 \times 50$, плита считается однородной. Один шаг по времени соответствует времени прохождения продольной упругой волны одной ячейки. Все линейные размеры будем измерять в количестве расчетных ячеек.

На рисунке 4 приведены изолинии поля напряжений σ_z и интенсивности касательных напряжений I_2 в задаче об одновременном ударе двумя ударниками, центры которых расположены друг от друга на расстоянии, равном трем диаметрам ударников (напряжения отнесены к $\lambda + 2\mu$). Радиусы ударников равны семи ячейкам. Решение приведено на сороковом шаге по времени в сечении 40.

На рисунке 5 приведены изолинии поля напряжений σ_z и интенсивности касательных напряжений I_2 в задаче об одновременном ударе по однородной плите тремя ударниками диаметром в семь ячеек. Скорости подлета всех ударников одинаковы. Их центры располагаются приблизительно в вершинах правильного треугольника со стороной 40 ячеек. Решение соответствует сороковому шагу по времени, т.е. моменту времени, когда волны напряжений от ударников движутся в глубь слоя.

Смоделируем с помощью узких ударников процесс воздействия на плиту тела достаточно сложной формы. В качестве тестового объекта выберем полый цилиндр, который будем приближать десятью жесткими сплошными цилиндрами диаметром, равным 5 ячеек каждый, которые расположим в вершинах правильного десятиугольника так, чтобы обеспечивалось касание их друг с

другом. Все элементарные ударники пусть действуют одновременно и с одинаковой скоростью. На рисунке 6 приведено решение задачи для момента времени 80 в двенадцатом слое.

На рисунке 7 приведено решение задачи, имитирующей «винтовое» воздействие на преграду. Моделируется удар по преграде полым цилиндром, срез которого представляет собой один виток пространственной винтовой линии.

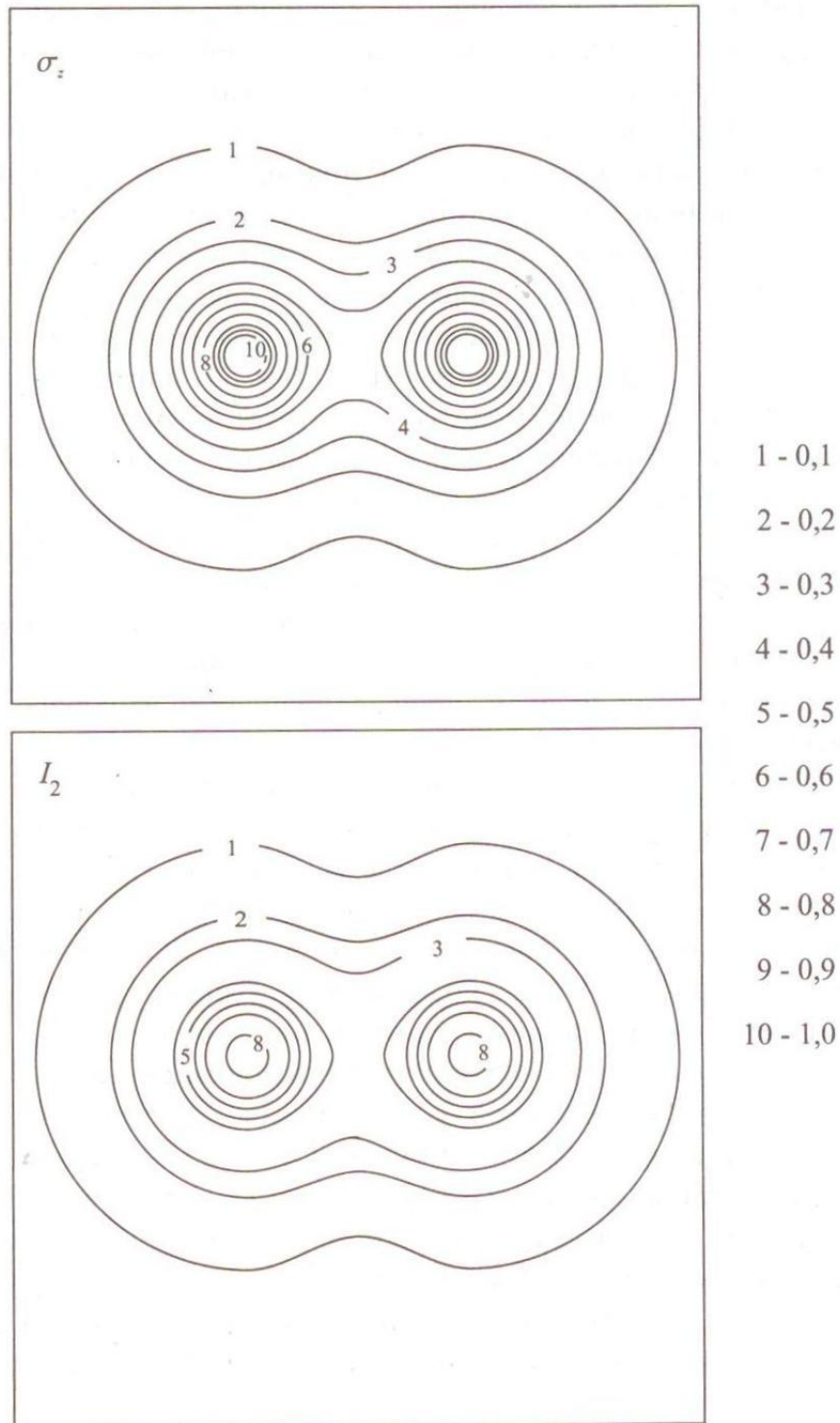


Рис. 4. Изолинии поля нормального напряжения и интенсивности касательных напряжений при воздействии на плиту двух ударников ($t = 40\Delta t$)

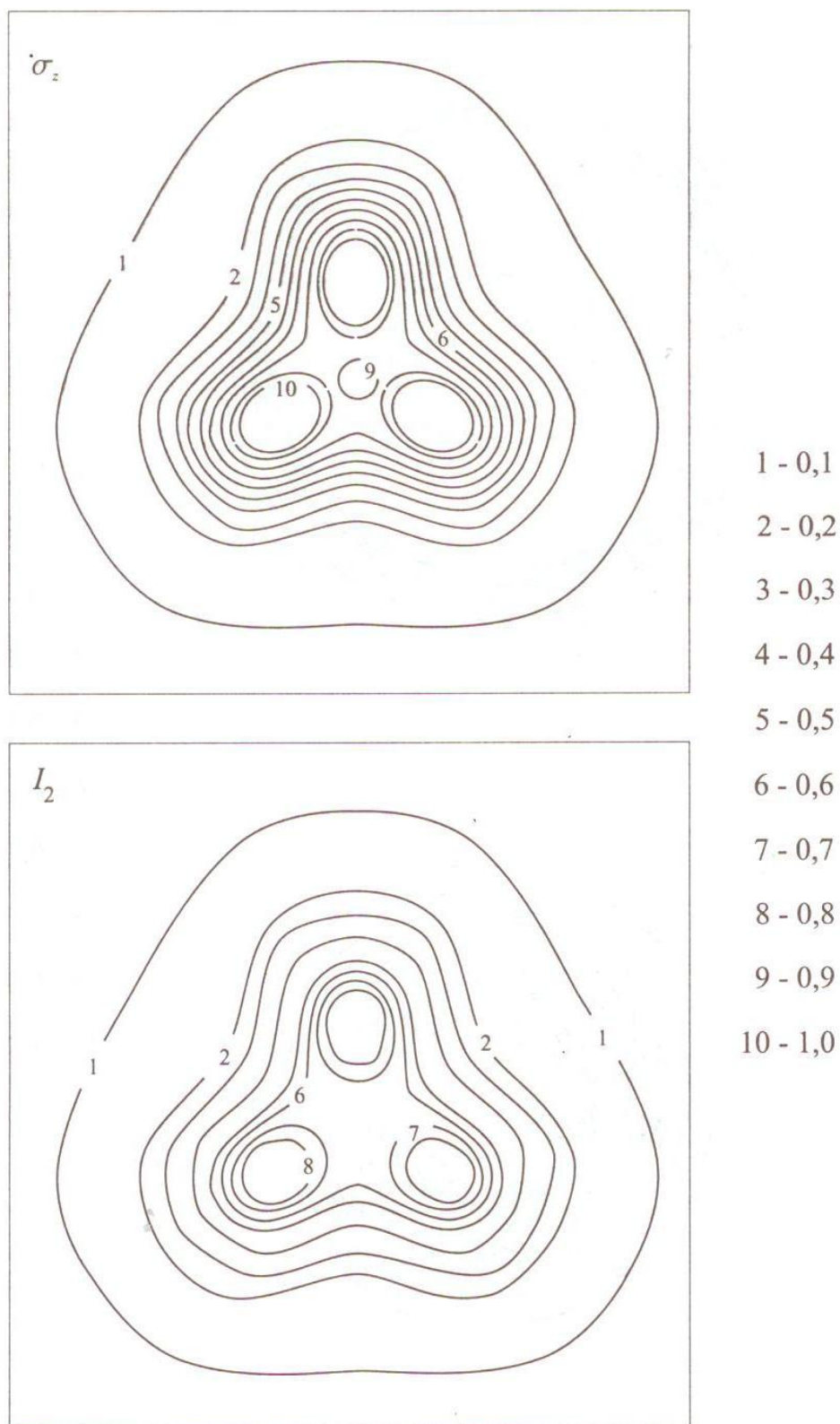


Рис. 5. Изолинии поля нормального напряжения и интенсивности касательных напряжений при воздействии на плиту трех ударников ($t = 40\Delta t$)

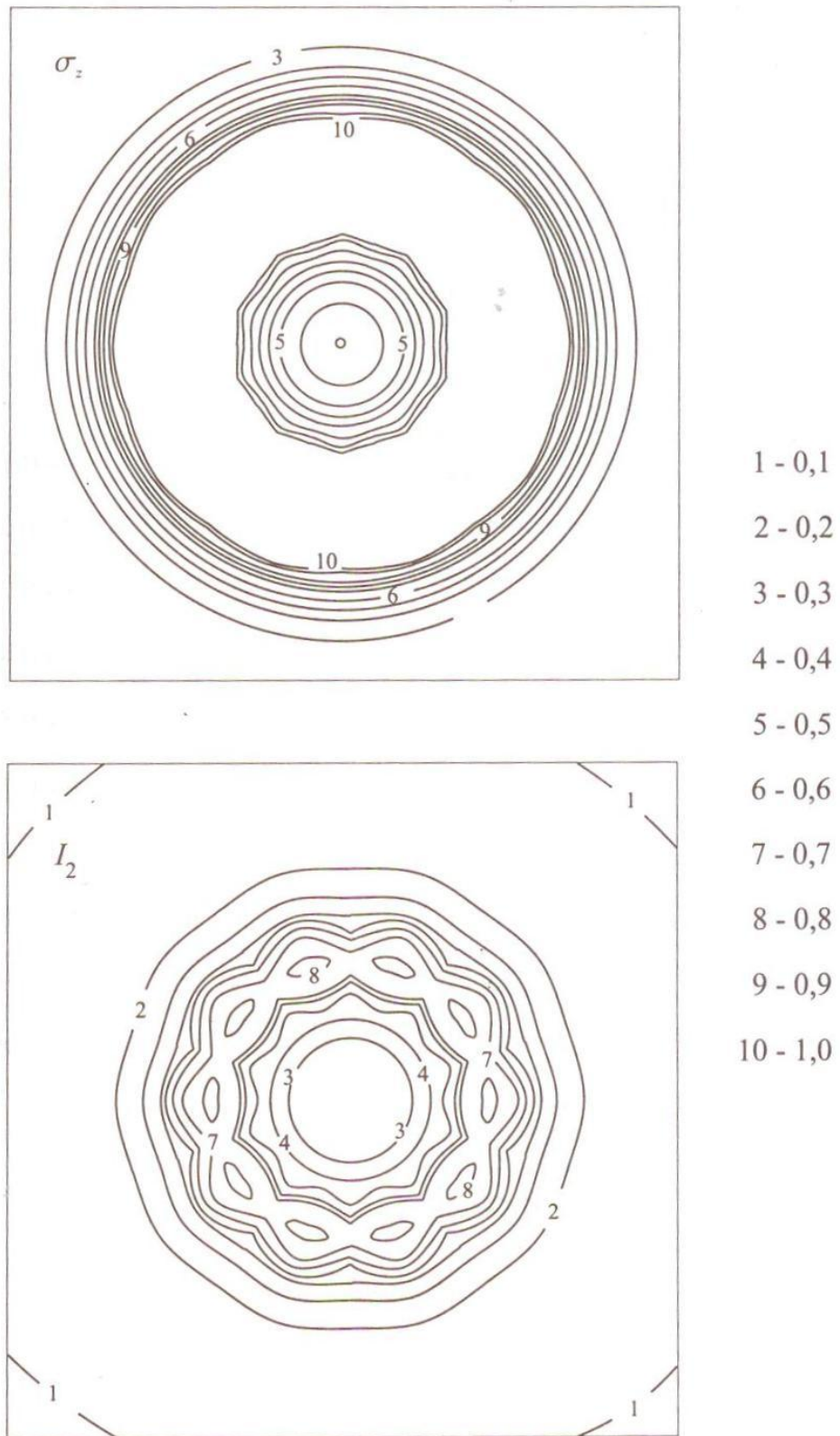


Рис. 6. Изолинии поля нормального напряжения и интенсивности касательных напряжений при воздействии на плиту полого цилиндра ($t = 40\Delta t$)

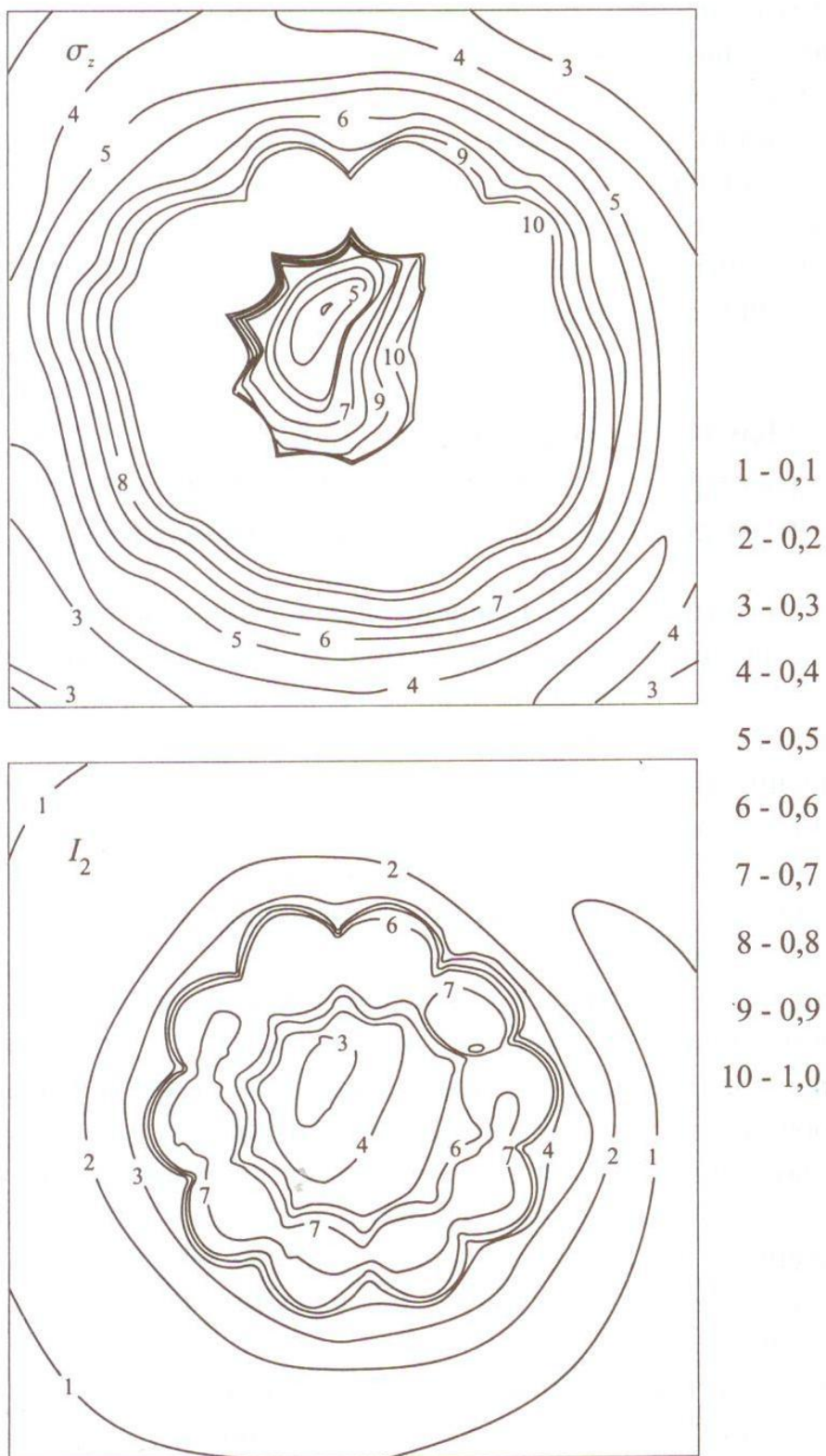


Рис. 7. Моделирование винтового воздействия на преграду ($t = 40\Delta t$)

Взаимодействие такого тела с преградой описывается следующим образом: считается, что на плиту, как и в предыдущей задаче, действуют несколько (десять в данном случае) ударников,

центры которых лежат на окружности, а сами они касаются друг друга; неровность сечения моделируется последовательным запаздыванием времени удара каждого последующего ударника по сравнению с предыдущим. В представленном на рисунках варианте запаздывание идет против часовой стрелки и составляет 5 интервалов по времени. Изолинии напряжений и интенсивности касательных напряжений приведены для момента времени 80 в двенадцатом слое.

Литература

1. Численное решение динамических задач упругопластического деформирования твердых тел / Г.В.Иванов, Ю.М.Волчков, И.О.Богульский [и др.]. – Новосибирск: Сиб. унив. изд-во, 2002. – 352 с.
2. Анисимов С.А., Богульский И.О. Численное решение задач динамики упругих тел. – Новосибирск: Сиб. унив. изд-во, 1995.



УДК 620.92

Д.Н. Карамов

ВЛИЯНИЕ ОБЪЕКТОВ АГРОПРОМЫШЛЕННОГО КОМПЛЕКСА НА РЕЗУЛЬТАТ КОМПЛЕКСНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННЫХ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЮЩИХ ВОЗОБНОВЛЯЕМЫЕ ИСТОЧНИКИ ЭНЕРГИИ

Представлены результаты комплексной оптимизации децентрализованной системы электроснабжения с учетом производственной нагрузки на базе объектов агропромышленного комплекса. По полученным результатам сделан вывод о возможности применения объектов агропромышленного комплекса для решения задачи социально-экономического развития удаленных населенных пунктов в рамках решения задачи комплексной оптимизации.

Ключевые слова: децентрализованные системы электроснабжения, комплексная оптимизация, объекты агропромышленного комплекса, социально-экономическое развитие, удаленные населенные пункты.

D.N. Karamov

THE AGRO-INDUSTRIAL COMPLEX FACILITIES INFLUENCE ON THE RESULT OF THE COMPLEX OPTIMIZATION OF THE DECENTRALIZED POWER SUPPLY SYSTEMS USING THE RENEWABLE ENERGY SOURCES

The results of the complex optimization of the decentralized power supply system, taking into account the production load on the basis of the agro-industrial complex facilities are presented. According to the received results the conclusion about the possibility of the agro-industrial facilities use for the task solution of the remote settlement social-economic development in the framework of the complex optimization task solving is made.

Key words: decentralized power supply systems, complex optimization, agro-industrial complex facilities, social-economic development, remote settlements.

Введение. На территории России находится большое количество децентрализованных систем электроснабжения (ДСЭС). ДСЭС преимущественно расположены на территории Сибири, Дальнего Востока и Курильских островов. Основным генерирующим оборудованием для ДСЭС являются дизельные электростанции (ДЭС). Для ДЭС свойственны низкий КПД, низкая надежность, высокая стоимость дизельного топлива, длительность транспортировки дизельного топлива при ограниченном сроке сезонного завоза. Вышеперечисленные свойства приводят к высокой стоимости кВт·ч, произведенного ДЭС [1].