На рисунке 6 при $t = 0{,}05$ с видна существенная концентрация растягивающих напряжений в упругом слое на расстоянии приблизительно 10–12 толщин льда. Можно считать, что моделирование процесса хрупкого разрушения льда в рамках динамической контактной задачи упругого слоя и несжимаемой жидкости качественно описывает поведение ледяного поля, и факт появления второй трещины в рамках данной модели достаточно обоснован.

Литература

1. *Иванов Г.В.* Решение плоской смешанной задачи теории упругости в виде рядов по полиномам Лежандра // Прикладная механика и техническая физика. – 1976. – № 6. – С. 27–34.
2. *Крылов В.И., Шульгина Л.Т.* Справочная книга по численному интегрированию. – М.: Наука, 1966. – 370 с.
3. *Слепян Л.И.* Нестационарные упругие волны. – Л.: Судостроение, 1972. – 376 с.
4. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. – М.: Физматгиз, 1963. – Ч. I.

Literatura

1. *Ivanov G.V.* Reshenie ploskoj smeshannoj zadachi teorii uprugosti v vide rjadov po polinomam Lezhandra // Prikladnaja mehanika i tehnicheskaja fizika. – 1976. – № 6. – S. 27–34.
2. *Krylov V.I., Shul'gina L.T.* Spravochnaja kniga po chislennomu integrirovaniju. – M.: Nauka, 1966. – 370 s.
3. *Slepjan L.I.* Nestacionarnye uprugie volny. – L.: Sudostroenie, 1972. – 376 s.
4. *Kochin N.E., Kibel' I.A., Roze N.V.* Teoreticheskaja gidromehanika. – M.: Fizmatgiz, 1963. – Ch. I.

УДК 539.3

А.Д. Матвеев

ТЕОРЕМЫ ОБ УСЛОВИЯХ ПРОЧНОСТИ ДЛЯ УПРУГИХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ ПОГРЕШНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ

A.D. Matveev

STRENGTH CONDITION THEOREMS FOR THE ELASTIC STRUCTURES WITH A STRESS ERROR

Матвеев А.Д. – канд. физ.-мат. наук, доц., ст. науч. сотр. Института вычислительного моделирования СО РАН, г. Красноярск. E-mail: mtv241@mail.ru

Matveev A.D. – Cand. Phys.-Math. Sci., Assoc. Prof., Senior Staff Scientist, Institute of Computing Modeling, SB RAS, Krasnoyarsk. E-mail: mtv241@mail.ru

Как известно, для коэффициентов запаса упругих конструкций и деталей определенного класса (например, авиационных конструкций) заданы ограничения (условия прочности), т.е. значения коэффициентов запаса таких конструкций должны лежать в заданном диапазоне. Следует отметить, что ограничения задаются для коэффициентов запаса, которые отвечают аналитическим (точным) решениям задач теории упругости, сформулированных для конструкций. Построение аналитических (точных) решений для большинства конструкций, особенно сложной формы, связано с большими трудностями. Для ряда конструкций широко применяют приближенные подходы решения задач упругости, например технические теории деформирования однородных и композитных пластин, балок и оболочек. Технические теории, построенные на основе гипотез, порождают приближенные (технические) решения с неустранимой погрешностью, точное значение которой определить сложно. В расчетах конструкций на прочность при заданном малом диапазоне для коэффициентов запаса применение технических (сопроматовских) решений затруднительно. Однако существуют методы (например, метод конечных элементов) построения приближенных решений задач упругости со сколь угодно малой погрешностью. В данной работе предложены скорректированные условия прочности для упругих конструкций, которые учитывают погрешность напряжений. Предлагаемые условия прочности сформулированы в двух теоремах. Показано, что из выполнения скорректированных условий прочности для коэффициента запаса конструкции, который отвечает приближенному решению, следует выполнение заданных условий прочности для коэффициента запаса данной конструкции, который отвечает точному решению. Для заданных *условий прочности определяется оценка погрешности для напряжений, которая лежит в основе построения скорректированных условий прочности. Предложены скорректированные условия прочности, представленные через допускаемые напряжения. Скорректированные условия прочности позволяют определить класс приближенных решений, с помощью которых можно выполнить заданные условия прочности. Приведены примеры заданных условий прочности, которые можно выполнить с помощью технических (сопроматовских) решений, и условий прочности, для выполнения которых необходимо использовать приближенные решения с малой погрешностью.*

***Ключевые слова**: упругость, коэффициенты запаса, погрешность напряжений, скорректированные условия прочности.*

As is known, the constraints (the strength conditions) for the safety factor of elastic structures and the elements of a certain class (i.e. airframes) are set, i.e. the safety factor values of such structures should be within a given range. It should be noted that the constraints are given for safety factor that correspond to analytical (exact) solutions of the elasticity problems represented for the structures. Developing analytical (exact) solutions for most structures, especially of irregular shape ones is of great difficulty. Approximate approaches to solve the elasticity problems, e.g. the technical deformation theories of homogeneous and composite plates, beams and shells, are widely used for a great number of structures. Technical theories based on the hypotheses provide the approximate (technical) solutions with an irreducible error, the exact value being difficult to determine. In the strength calculations of structures at a specified small range for the factor of safety, the application of engineering solutions (by the Theory of Strength of Materials) is to be difficult. However, there are some numerical methods for developing approximate solutions of elasticity problems with arbitrarily small errors. In this paper two theorems on new (adjusted) strength conditions for elastic structures taking into account the stress error were proposed. It has been shown that to fulfill specified strength conditions for safety factor of given structure corresponding to an exact solution, the adjusted strength conditions for structural safety factor corresponding to approximate solution are required. The stress error estimation being the basis for developing the adjusted strength conditions for the specified strength conditions has been determined. The adjusted strength conditions appear to be given by allowable stresses. Adjusted strength conditions make it possible to determine the set of approximate solutions, whereby meeting the specified strength conditions. Some examples of specified strength conditions to be satisfied using the technical solutions (the Theory of Strength of Materials) and strength conditions have been given. To meet those, it is necessary for the approximate solutions with a high accuracy to be used.

***Keywords**: elasticity, safety factors, stress error, adjusted strength conditions.*

Введение. Как известно [1–4], для коэффициентов запаса прочности упругих конструкций (деталей) определенного класса принимают ограничения вида

$$n_a \le n_0 \le n_b, \tag{1}$$

где величины n_a, n_b заданы, $n_a \ge 1$; n_0 – коэффициент запаса прочности конструкции, отвечающий точному решению задачи теории упругости (сформулированной для данной конструкции).

Считают, что конструкция не разрушается при эксплуатации и спроектирована рационально с точки зрения запаса прочности, если ее коэффициент n_0 запаса удовлетворяет заданным условиям прочности вида (1). В общем случае (например, для тел сложной формы) построить аналитические решения задач теории упругости [5] очень трудно. Однако представляется возможным строить приближенные решения (например, с помощью метода конечных элементов, метода многосеточных конечных элементов [6–14]) с заданной оценкой погрешности для напряжений. Следует отметить, что при проектировании ряда конструкций (например, конструкций минимального веса) нарушение заданных условий (1) недопустимо. Существующие условия прочности не учитывают погрешность приближенных решений, что порождает трудности при выполнении условий прочности (1) для коэффициента n_0.

Цель работы. Анализ прочности упругих конструкций с учетом оценки погрешности решений (максимальных эквивалентных напряжений). Предложены новые (скорректированные) условия прочности, при построении которых используются заданные условия прочности (1) и оценка для погрешности приближенных решений. Достоинство предлагаемых условий прочности состоит в том, что их выполнение для коэффициента запаса конструкции, отвечающее приближенному решению, обеспечивает выполнение заданных условий (1) для коэффициента n_0. На практике широко используют расчеты конструкций на прочность по допускаемым напряжениям. Предложены скорректированные условия прочности, представленные через допускаемые напряжения. Скорректированные условия прочности позволяют определить класс приближенных решений, с помощью которых можно выполнить заданные условия прочности.

1. Условия прочности, учитывающие погрешность напряжений. При расчете на прочность ряда конструкций возникает необходимость строить приближенные решения с малой погрешностью. Это связано с тем, что для коэффициентов запаса упругих конструкций и деталей определенного класса (например, авиационной и ракетной техники) задаются определенные ограничения, т.е. условия прочности вида (1). В настоящее время для коэффициента запаса прочности n_r конструкции, который отвечает приближенному решению задачи теории упругости, также используют условия прочности (1), т.е.

$$n_a \le n_r \le n_b . \qquad (2)$$

Отметим, что поскольку $n_r \ne n_0$, то при малом $\Delta n = n_b - n_a$ из выполнения для коэффициента n_r условий (2) не всегда следует выполнение условий прочности (1) для коэффициента n_0. На практике большинство конструкций и деталей состоят из пластичных материалов, для определения эквивалентных напряжений которых широко используют 4-ю теорию прочности [1]. В данной работе рассматриваются упругие конструкции при статическом нагружении, состоящие из пластичных материалов. При расчете конструкций на прочность с применением приближенных решений задач теории упругости предлагается использовать скорректированные условия прочности для коэффициентов запаса, которые построены на основе заданных условий (1) и сформулированы в теореме 1.

Теорема 1. Пусть для конструкции заданы условия прочности (1) и определено максимальное эквивалентное напряжение σ_r, отвечающее приближенному решению. Пусть

$$|\delta| \le \delta_p < C_p = \frac{\Delta n}{n_a + n_b}, \qquad (3)$$

где $\Delta n = n_b - n_a$; $n_b > n_a \ge 1$; n_a, n_b – заданы; δ – относительная погрешность для напряжения σ_r, δ_p – оценка для погрешности δ, которая определяется по формуле

$$\delta = \frac{\sigma_r - \sigma_0}{\sigma_0}, \qquad (4)$$

где σ_0 – максимальное эквивалентное напряжение конструкции, отвечающее точному решению задачи теории упругости, эквивалентные напряжения определяются по 4-й теории прочности.

Пусть коэффициент запаса n_r конструкции, отвечающий приближенному решению, удовлетворяет скорректированным условиям прочности вида

$$\frac{n_a}{1-\delta_p} \le n_r \le \frac{n_b}{1+\delta_p}, \qquad (5)$$

где $n_r = \sigma_T / \sigma_r$; σ_T – предел текучести.

Тогда коэффициент запаса n_0 конструкции, отвечающий точному решению, удовлетворяет заданным условиям прочности (1), где $n_0 = \sigma_T / \sigma_0$.

Доказательство

Из (4) следует $\sigma_r = (1+\delta)\ \sigma_0$. Отсюда получаем

$$n_0 = (1+\delta) n_r . \qquad (6)$$

Отметим, что так как $n_b > n_a \ge 1$, то в (3) $C_p < 1$. Пусть δ_0 такое, что $\delta_0 = |\delta|$. Тогда в силу (3) имеем соотношения

$$0 \le \delta_0 = |\delta| \le \delta_p < 1. \qquad (7)$$

Принимая в (6) последовательно $\delta = -\delta_0$, $\delta = \delta_0$, введем коэффициенты

$$n_1^r = (1-\delta_0) n_r,\ n_2^r = (1+\delta_0) n_r . \qquad (8)$$

Тогда в силу (6), (8) получаем

$$n_0 = n_1^r \quad \text{или} \quad n_0 = n_2^r . \qquad (9)$$

Введем коэффициенты n_1^p, n_2^p по формулам

$$n_1^p = (1-\delta_p) n_r, \quad n_2^p = (1+\delta_p) n_r . \qquad (10)$$

В силу того, что $0 \le \delta_p < 1$, $n_r > 0$, из (10) следует

$$n_2^p \ge n_1^p . \qquad (11)$$

Пусть для коэффициента n_r выполняются условия прочности (5), т.е. пусть

$$n_a \le (1-\delta_p)n_r, \ (1+\delta_p)n_r \le n_b.$$

Тогда для коэффициентов n_1^p, n_2^p, с учетом (11), выполняются неравенства

$$n_a \le n_1^p \le n_2^p \le n_b. \qquad (12)$$

Из сравнения (8), (10), с учетом (7), следуют неравенства

$$n_1^p \le n_1^r, \quad n_2^r \le n_2^p.$$

Отсюда, учитывая, что, согласно (7), $n_1^r \le n_2^r$, получаем

$$n_1^p \le n_1^r \le n_2^r \le n_2^p. \qquad (13)$$

Тогда, в силу (12), (13), выполняются неравенства

$$n_a \le n_1^r \le n_2^r \le n_b. \qquad (14)$$

Из выполнения (14), с учетом (9), следует выполнение заданных условий прочности (1) для коэффициента запаса n_0. Ограничения на параметр δ_p находим из предположения существования условий прочности (5), т.е. пусть

$$\frac{n_a}{1-\delta_p} \le \frac{n_b}{1+\delta_p}. \qquad (15)$$

Откуда следует

$$\delta_p \le C_p = \frac{\Delta n}{n_a + n_b}. \qquad (16)$$

Отметим, что поскольку $n_b > n_a \ge 1$, то из (16) следует $0 < C_p < 1$. Если $\delta_p = C_p$, то диапазон для варьирования значений коэффициента n_r равен нулю, т.е. в этом случае $n_r = (n_a + n_b)/2$, что трудно выполнить на практике при заданных n_a, n_b. Итак, при $\delta_p < C_p$ возможно выполнение заданных условий прочности (1) для коэффициента n_0 с применением скорректированных условий прочности (5) и приближенного решения, которое порождает для напряжения σ_r такую погрешность δ, что $|\delta| \le \delta_p$. Теорема доказана.

Из теоремы делаем следующие выводы:

1) для выполнения заданных условий прочности (1) для коэффициента n_0 нет необходимости использовать только аналитические решения задач теории упругости;

2) в расчетах конструкций на прочность можно использовать определенный класс приближенных решений;

3) из (3) следует, что если Δn мало, то $|\delta|$ малая величина, т.е. в этом случае возникает необходимость строить приближенные решения с малой погрешностью.

Замечание. Скорректированные условия прочности (5) можно использовать при расчете пластичных конструкций и деталей, которые испытывают переменные напряжения симметричного цикла. В этом случае: σ_T – предел выносливости детали; σ_r – амплитуда действующих переменных напряжений [1, 2].

В данной работе процедура нахождения оценки погрешности напряжений отличается от процедуры, изложенной в работе [15].

2. Скорректированные условия прочности, представленные через допускаемые напряжения. На практике применяют расчеты на статическую прочность упругих конструкций по допускаемым напряжениям. Скорректированные условия прочности для допускаемых напряжений сформулированы в теореме 2.

Теорема 2. Пусть для конструкции, состоящей из пластичного материала, заданы условия прочности вида

$$[\sigma_a] \le \sigma_0 \le [\sigma_b], \qquad (17)$$

где $[\sigma_a]$, $[\sigma_b]$ – допускаемые напряжения (заданы); $[\sigma_a] > \sigma_T$, σ_0 – максимальное эквивалентное напряжение конструкции, отвечающее точному решению задачи теории упругости (сформулированной для данной конструкции), напряжение σ_0 определяем по 4-й теории прочности.

Пусть определено максимальное эквивалентное напряжение σ_r, которое отвечает приближенному решению, построенному для данной конструкции.

Пусть

$$|\,\delta\,| \ \leq \delta_q < \frac{\Delta[\sigma]}{[\sigma_a]+[\sigma_b]}, \qquad (18)$$

где $\Delta[\sigma]=[\sigma_b]-[\sigma_a]$; δ – относительная погрешность для напряжения σ_r (определяемая по формуле (4)); δ_q – оценка для погрешности δ, т.е. $|\,\delta\,|\leq \delta_q$.

Пусть выполняются скорректированные условия прочности для напряжения σ_r, выраженные через допускаемые напряжения $[\sigma_a]$, $[\sigma_b]$, которые имеют вид

$$[\sigma_a](1+\delta_q) \leq \sigma_r \leq [\sigma_b](1-\delta_q). \qquad (19)$$

Тогда напряжение σ_0 удовлетворяет заданным условиям прочности (17).

Доказательство

Из (4) следует

$$\sigma_r=(1+\delta)\sigma_0. \qquad (20)$$

Пусть для напряжения σ_r выполняются скорректированные условия прочности (19). Тогда, подставляя (20) в (19), получим

$$[\sigma_a]\ \alpha_1 \leq \sigma_0 \leq \alpha_2\ [\sigma_b], \qquad (21)$$

где

$$\alpha_1=\frac{(1+\delta_q)}{(1+\delta)},\ \alpha_2=\frac{(1-\delta_q)}{(1+\delta)}. \qquad (22)$$

Введем $\delta_0 = \ |\,\delta\,|$. Подставляя в (22) последовательно $\delta=-\delta_0$, $\delta=\delta_0$, введем коэффициенты ε_1, ε_2, θ_1, θ_2 по формулам:

$$\varepsilon_1=\frac{(1+\delta_q)}{(1-\delta_0)},\quad \varepsilon_2=\frac{(1+\delta_q)}{(1+\delta_0)},$$
$$\theta_1=\frac{(1-\delta_q)}{(1-\delta_0)},\quad \theta_2=\frac{(1-\delta_q)}{(1+\delta_0)}. \qquad (23)$$

Учитывая в (23), что $0<\delta_0\leq\delta_q<1$, получаем неравенства

$$1<\varepsilon_2<\varepsilon_1,\ \theta_2<\theta_1<1. \qquad (24)$$

В силу (22), (23), имеем

$$\alpha_1=\varepsilon_1$$

либо

$$\alpha_1=\varepsilon_2,$$
$$\alpha_2=\theta_1$$

либо

$$\alpha_2=\theta_2. \qquad (25)$$

Из (24), (25) следует $\alpha_1>1$, $\alpha_2<1$. Тогда

$$[\sigma_a]\ <[\sigma_a]\ \alpha_1,\ \alpha_2\ [\sigma_b]<[\sigma_b]. \qquad (26)$$

Подставив (26) в (21), получаем $[\sigma_a]<[\sigma_a]\ \alpha_1\leq\sigma_0\leq\alpha_2\ [\sigma_b]<\ [\sigma_b]$, т.е. из выполнения скорректированных условий прочности (19) для напряжения σ_r следует выполнение заданных условий прочности (17) для напряжения σ_0.

Ограничения на параметр δ_q находим из предположения существования условий прочности (19), т.е. пусть выполняется условие

$$[\sigma_a](1+\delta_q)\leq[\sigma_b](1-\delta_q). \qquad (27)$$

Из (27) следует

$$\delta_q\leq C_q=\frac{\Delta[\sigma]}{[\sigma_a]+[\sigma_b]}. \qquad (28)$$

Учитывая, что, согласно (28), имеем $0<C_q<1$. Если $\delta_q=C_q$, то диапазон для варьирования значений напряжений σ_r равен нулю, т.е. в этом случае $\sigma_r=2\,[\sigma_a][\sigma_b]/([\sigma_a]+[\sigma_b])$, что трудно выполнить на практике при заданных $[\sigma_a]$, $[\sigma_b]$. Итак, при $\delta_q<C_q$ можно выполнить заданные условия прочности (17) для напряжения σ_0 с применением скорректированных условий прочности (19) и приближенного решения, которое порождает для напряжения σ_r такую погрешность δ, что $|\,\delta\,|\leq\delta_q$. Теорема доказана.

3. Примеры заданных и скорректированных условий прочности

3.1. Для ряда конструкций и деталей, работающих под действием статического нагружения, применяют условия прочности [2]

$$1{,}3 \le n_0 \le 2{,}5\,. \qquad (29)$$

Для условий прочности (29), в силу (3), имеем $C_p = 31{,}5\ \%$. При расчете на прочность таких конструкций можно использовать приближенные напряжения, погрешность δ которых удовлетворяет условию $|\,\delta\,| \ \le \delta_p = 20\ \%$. Тогда скорректированные условия прочности, согласно (29), (5), имеют вид

$$1{,}63 \le n_r \le 2{,}08\,. \qquad (30)$$

В расчетах можно использовать технические (сопроматовские) решения, которые порождают для напряжений такую погрешность δ, что $|\,\delta\,| = 15 \div 20\ \%$. Важно отметить, что в данном случае нет необходимости строить приближенные решения точнее технических (сопроматовских).

3.2. Для ряда заданных условий прочности (1) величина $\Delta n = n_b - n_a$ мала, $\Delta n = 0{,}1 \div 0{,}3$ [2, 3]. Например, для несущих элементов конструкций одноковшовых экскаваторов [3] используют условия прочности

$$1{,}3 \le n_0 \le 1{,}5\,. \qquad (31)$$

Используя (3) для заданных условий прочности (31), получаем $C_p = 7{,}14\ \%$. В расчетах можно применять решения, которые порождают напряжения с погрешностью δ не более 4 %, т.е. $|\,\delta\,| \le 4\ \%$. Для $\delta_p = 4\ \%$ скорректированные условия прочности, в силу (31), (5), принимают вид

$$1{,}35 \le n_r \le 1{,}44\,. \qquad (32)$$

Применение технических (сопроматовских) решений в этом случае затруднительно. Для выполнения скорректированных условий прочности (32) возникает необходимость строить численные решения с малой погрешностью (не больше 4 % для напряжений). Отметим, что с помощью метода многосеточных конечных элементов представляется возможным строить приближенные решения с малой погрешностью для напряжений [12–14].

Заключение. Предложены скорректированные условия прочности, которые построены на основе заданных условий прочности и применяются при анализе прочности конструкций в случае использования приближенных решений. Скорректированные условия прочности учитывают погрешность решений и определяют множество приближенных решений задач упругости (сформулированных для конструкций), с помощью которых можно выполнить заданные условия прочности. Показано, что для ряда конструкций и деталей, которые широко применяются на практике, при выполнении заданных условий прочности можно использовать сопроматовские (технические) решения.

Литература

1. *Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В.* Справочник по сопротивлению материалов. – Киев: Наук. думка, 1975. – 704 с.
2. *Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б.* Расчет на прочность деталей машин. – М.: Машиностроение, 1993. – 640 с.
3. *Москвичев В.В.* Основы конструкционной прочности технических систем и инженерных сооружений. – Новосибирск: Наука, 2002. – 106 с.
4. *Доронин С.В., Лепихин А.М., Москвичев В.В.* [и др.]. Моделирование прочности и разрушения несущих конструкций технических систем. – Новосибирск: Наука, 2005. – 249 с.
5. *Самуль В.И.* Основы теории упругости и пластичности. – М.: Высш. шк., 1982. – 264 с.
6. *Норри Д., Фриз Ж. де.* Введение в метод конечных элементов. – М.: Мир, 1981. – 304 с.
7. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 542 с.
8. *Голованов А.И., Тюленева О.И., Шигабутдинов А.Ф.* Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 392 с.
9. *Галлагер Р.* Метод конечных элементов. Основы. – М.: Мир, 1984. – 430 с.
10. *Оден Дж.* Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. – М.: Мир, 1976. – 464 с.
11. *Стренг Г., Фикс Дж.* Теория метода конечных элементов. – М.: Мир, 1977. – 351 с.
12. *Матвеев А.Д.* Метод многосеточных конечных элементов в расчетах трехмерных однородных и композитных тел // Ученые записки Казан. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. – 2016. – Т. 158, Кн. 4. – С. 530–543.
13. *Матвеев А.Д.* Метод многосеточных конечных элементов в расчетах композитных пластин и балок // Вестн. КрасГАУ. – 2016. – № 12. – С. 93–100.

14. *Matveev A.D.* Multigrid finite element method in stress of three-dimensional elastic bodies of heterogeneous structure. // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. – 2016. – V. 158, № 1. – Art. 012067. – P. 1–9.
15. *Матвеев А.Д.* Анализ прочности конструкций с учетом погрешности для напряжений. – Деп. в ВИНИТИ № 923-В2005. – 14 с.

Literatura

1. *Pisarenko G.S., Jakovlev A.P., Matveev V.V.* Spravochnik po soprotivleniyu materialov. – Kiev: Nauk. dumka, 1975. – 704 s.
2. *Birger I.A., Shorr B.F., Iosilevich G.B.* Raschet na prochnost' detalej mashin. – M.: Mashinostroenie, 1993. – 640 s.
3. *Moskvichev V.V.* Osnovy konstrukcionnoj prochnosti tehnicheskih sistem i inzhenernyh sooruzhenij. – Hovosibirsk: Nauka, 2002. – 106 s.
4. Doronin S.V., Lepihin A.M., Moskvichev V.V. [i dr.]. Modelirovanie prochnosti i razrushenija nesushhih konstrukcij tehnicheskih sistem. – Hovosibirsk: Nauka, 2005. – 249 c.
5. *Samul' V.I.* Osnovy teorii uprugosti i plastichnosti. – M.: Vyssh. shk., 1982. – 264 s.
6. *Norri D., Friz Zh. de*. Vvedenie v metod konechnyh jelementov. – M.: Mir, 1981. – 304 s.
7. *Zenkevich O.* Metod konechnyh jelementov v tehnike. – M.: Mir, 1975. – 542 s.
8. *Golovanov A.I., Tjuleneva O.I., Shigabutdinov A.F.* Metod konechnyh jelementov v statike i dinamike tonkostennyh konstrukcij. – M.: FIZMATLIT, 2006. – 392 s.
9. *Gallager R.* Metod konechnyh jelementov. Osnovy. – M.: Mir, 1984. – 430 s.
10. *Oden Dzh.* Konechnye jelementy v nelinejnoj mehanike sploshnyh sred. – M.: Mir, 1976. – 464 s.
11. *Streng G., Fiks Dzh.* Teorija metoda konechnyh jelementov. – M.: Mir, 1977. – 351 s.
12. *Matveev A.D. Metod* mnogosetochnyh konechnyh jelementov v raschetah trehmernyh odnorodnyh i kompozitnyh tel // Uchenye zapiski Kazan. un-ta. Ser. Fiz.-mat. nauki. – 2016. – T. 158, Kn. 4. – S. 530–543.
13. *Matveev A.D.* Metod mnogosetochnyh konechnyh jelementov v raschetah kompozitnyh plastin i balok // Vestn. KrasGAU. – 2016. – № 12. – S. 93–100.
14. *Matveev A.D.* Multigrid finite element method in stress of three-dimensional elastic bodies of heterogeneous structure // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. – 2016. – V. 158, № 1. – Art. 012067. – P. 1–9.
15. *Matveev A.D*. Analiz prochnosti konstrukcij s uchetom pogreshnosti dlja naprjazhenij. – Dep. v VINITI № 923-V2005. – 14 s.

УДК 621.3

М.А. Спиричев, Н.М. Попов, Д.М. Олин

О НЕОБХОДИМОСТИ ОТКЛЮЧАТЬ ДВОЙНЫЕ ЗАМЫКАНИЯ НА ЗЕМЛЮ БЕЗ ВЫДЕРЖКИ ВРЕМЕНИ

M.A. Spirichev, N.M. Popov, D.M. Olin

ABOUT THE NEED TO DISCONNECT DOUBLE EARTH FAULTS WITHOUT TIME DELAY

Спиричев М.А. – асп. каф. электроснабжения Костромской государственной сельскохозяйственной академии, Костромская обл., Костромской р-н, пос. Караваево. E-mail: spirichevm@mail.ru
Попов Н.М. – д-р техн. наук, проф. каф. электроснабжения Костромской государственной сельскохозяйственной академии, Костромская обл., Костромской р-н, пос. Караваево. E-mail: spirichevm@mail.ru
Олин Д.М. – канд. техн. наук, доц., зав. каф. электроснабжения Костромской государственной сельскохозяйственной академии, Костромская обл., Костромской р-н, пос. Караваево. E-mail: spirichevm@mail.ru

Spirichev M.A. – Post-Graduate student, Chair of Power Supply, Kostroma State Agricultural Academy, Kostroma Region, Kostroma District, S. Karavaevo. E-mail: spirichevm@mail.ru
Popov N.M. – Dr. Techn. Sci., Prof., Chair of Power Supply, Kostroma State Agricultural Academy, Kostroma Region, Kostroma District, S. Karavaevo. E-mail: spirichevm@mail.ru
Olin D.M. – Cand. Techn. Sci., Assoc. Prof., Head, Chair of Power Supply, Kostroma State Agricultural Academy, Kostroma Region, Kostroma District, S. Karavaevo. E-mail: spirichevm@mail.ru

Статья посвящена анализу реального аварийного режима в сети с изолированной нейтралью 10 кВ на примере случая, произошедшего в Костромской области в результате возникновения однофазного замыкания на землю. Анализ, проведенный с использованием метода фазных коорди-