

Научная статья/Research Article

УДК 664.769

DOI: 10.36718/1819-4036-2025-1-146-152

Денис Александрович Алесенко¹, Василий Викторович Матюшев²,
Ирина Александровна Чаплыгина³, Алексей Андреевич Беляков⁴

^{1,2,3}Красноярский государственный аграрный университет, Красноярск, Россия

⁴Ачинский филиал Красноярского государственного аграрного университета, Ачинск, Красноярский край, Россия

¹korven-dalas@rambler.ru

²don.matyusheff2015@yandex.ru

³ledum_palustre@mail.ru

⁴bellimfor@mail.ru

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ОХЛАЖДЕНИЯ И ФОРМИРОВАНИЯ ТВЕРДОСТИ ЭКСТРУДАТА

Цель исследования – раскрыть закономерности процессов охлаждения и формирования твердости экструдата в технологической линии получения текстурированной муки. Задачи: выявить причинно-следственные связи и определить результатные и факторные показатели охлаждения и формирования твердости экструдата; разработать теоретические и расчетные схемы определения состояния исследуемой системы и получить модельное представление ее результатных показателей. Используются методы математического моделирования, организации и планирования эксперимента, аппарат дескриптивной статистики, корреляционно-регрессионного анализа, теории случайных процессов, статистические тесты Пирсона, Стьюдента и Дарбина-Ватсона, а также методы математического анализа, реализованные в компьютерном пакете Statistics системы Maple. Предложены теоретические и расчетные схемы определения состояния исследуемой системы «охлаждения и формирования твердости экструдата», а также получены модельные представления высокой точности для прогнозирования значений результатных показателей и сопряженных биофизических свойств полуфабриката. На основе анализа существующих и применяемых в пищевых системах экструзионных технологий переработки растительного сырья в текстурированную муку определена перспектива использования физических свойств, определяющих структуру получаемого экструдата пшеницы. Обоснована теоретическая проблема модельного представления температуры и твердости экструдата, изменяющихся в процессе охлаждения в заданном технологическом времени. Такая физическая величина, как твердость экструдата, зависящая от влажности исходного сырья, температурного режима обработки и конструктивных особенностей охладителя, существенно влияет на содержание протеина, пищевых волокон и другие биотехнологические характеристики полуфабриката, которые могут быть использованы для прогнозирования трансформации пищевого сырья в текстурированную муку с высокой точностью. Исследованы закономерности изменения твердости и температуры экструдата в процессе его охлаждения, а также получены модельные представления для прогнозирования данного технологического процесса, которые обобщают известный эмпирический закон Ньютона на объектах системы «охлаждения и формирования твердости экструдата».

Ключевые слова: технологический процесс, конструкция охладителя, закономерность процессов охлаждения, модельное представление, физическая интерпретация, текстурированная мука, пшеница, охлаждение и твердость экструдата, план опытов, числовые оценки

Для цитирования: Моделирование процессов охлаждения и формирования твердости экструдата / Д.А. Алесенко [и др.] // Вестник КрасГАУ. 2025. № 1. С. 146–152. DOI: 10.36718/1819-4036-2025-1-146-152.

Denis Aleksandrovich Alesenko¹, Vasily Viktorovich Matyushev², Irina Aleksandrovna Chaplygina³, Alexey Andreevich Belyakov⁴

^{1,2,3}Krasnoyarsk State Agrarian University, Krasnoyarsk, Russia

⁴Achinsk branch of Krasnoyarsk State Agrarian University, Achinsk. Krasnoyarsk Region, Russia

¹korven-dalas@rambler.ru

²don.matyusheff2015@yandex.ru

³ledum_palustre@mail.ru

⁴bellimfor@mail.ru

MODELING COOLING PROCESSES AND FORMATION OF EXTRUDATE HARDNESS

The objective of the study is to reveal the patterns of cooling and hardening the extrudate in the technological line for obtaining textured flour. Objectives: to identify cause-and-effect relationships and determine the result and factor indicators of cooling and hardening of the extrudate; to develop theoretical and calculation schemes for determining the state of the system under study and to obtain a model representation of its result indicators. The methods of mathematical modeling, organization and planning of the experiment, the apparatus of descriptive statistics, correlation and regression analysis, the theory of random processes, Pearson, Student and Durbin-Watson statistical tests, as well as the methods of mathematical analysis implemented in the Statistics computer package of the Maple system were used. Theoretical and calculation schemes for determining the state of the studied system of "cooling and hardening of the extrudate" are proposed, and high-precision model representations are obtained for predicting the values of the result indicators and associated biophysical properties of the semi-finished product. Based on the analysis of existing and used in food systems extrusion technologies for processing plant raw materials into textured flour, the prospects for using the physical properties that determine the structure of the resulting wheat extrudate are determined. The theoretical problem of model representation of temperature and hardness of extrudate changing during cooling in a given technological time is substantiated. Such physical quantity as hardness of extrudate depending on humidity of initial raw material, temperature mode of processing and design features of cooler significantly influences content of protein, dietary fiber and other biotechnological characteristics of semi-finished product which can be used for prediction of transformation of food raw material into textured flour with high accuracy. The regularities of change in hardness and temperature of the extrudate during its cooling are investigated, and model representations are obtained for forecasting this technological process, which generalize the well-known empirical Newton's law to the objects of the system of "cooling and formation of hardness of the extrudate".

Keywords: technological process, cooler design, cooling process regularity, model representation, physical interpretation, textured flour, wheat, cooling and hardness of the extrudate, experimental plan, numerical estimates

For citation: Alesenko DA, Matyushev VV, Chaplygina IA, Belyakov AA. Modeling cooling processes and formation of extrudate hardness. *Bulliten KrasSAU*. 2025;(1):146–152 (In Russ.). <https://doi.org/10.36718/1819-4036-2025-1-146-152>.

Введение. Экструзионные технологии переработки растительного сырья, позволяющие изменить в широком диапазоне свойства готового продукта, нашли широкое распространение при производстве продуктов питания [1–6].

Одним из показателей структуры экструдата является его твердость, которая зависит от влажности исходного сырья, температуры и частоты вращения шнека экструдера. Увеличение содержания в растительном сырье протеина и пищевых волокон, повышение влажности сырья с 12 до 17 % повышает твердость экструдата [1].

В связи с этим теоретические исследования с использованием аналитического аппарата [7], направленные на выявление закономерности изменения температуры экструдата, моделирование и прогнозирование поведения системы охлаждения и формирования твердости экструдата является актуальной задачей.

Цель исследования – раскрыть закономерности процессов охлаждения и формирования твердости экструдата в технологической линии получения текстурированной муки.

Задачи: выявить причинно-следственные связи и определить результатные и факторные показатели охлаждения и формирования твердости экструдата; разработать теоретические и расчетные схемы определения состояния исследуемой системы и получить модельное представление ее результатных показателей.

Материалы и методы. В работе использованы методы математического моделирования, организации и планирования эксперимента, аппарат дескриптивной статистики, корреляционно-регрессионного анализа, теории случайных процессов, статистические тесты Пирсона, Стьюдента и Дарбина – Ватсона, а также методы математического анализа, реализованные в компьютерном пакете Statistics системы Maple.

Учеными Красноярского ГАУ была разработана и запатентована конструкция охладителя экструдата [8]. Разработан план опытов и выполнено экспериментальное исследование технологической линии с включенным охладителем, обладающим новыми конструктивными, режимными и технологическими характеристиками. Предварительный анализ системы охлаждения и формирования твердости экструдата выявил факторные и результатные показатели данной системы, позволил получить числовые оценки статистических характеристик.

Факторные показатели исследуемой системы определяют технико-технологические условия процессов охлаждения и формирования твердости экструдата. Так, показатель температуры агента охлаждения (x_1 , °C) варьируется в диапазоне $-29...20$ °C, имеет среднее значение $1,1250$ °C и стандартное отклонение $18,7588$ °C.

Показатель продолжительности процесса охлаждения (x_1 , мин) варьируется в диапазоне $00...20$ мин, имеет среднее значение 10 мин и стандартное отклонение $7,2548$ мин.

Результатные показатели системы «охлаждения и формирования твердости экструдата» описывают динамику сопряженных процессов охлаждения и формирования твердости экструдата. Так, показатель формируемой твердости экструдата в процессе его охлаждения (y_1 , кг/см²) варьируется в диапазоне $0,20...17,21$ кг/см², имеет среднее значение $9,8170$ кг/см² при стандартном отклонении $5,5968$ кг/см².

Показатель температуры, изменяющейся в процессе охлаждения экструдата (y_2 , °C) варьируется в диапазоне $13,90...72,70$ °C, имеет среднее значение $37,6600$ °C при стандартном отклонении $19,8200$ °C.

Для исследования тесноты связи (силы взаимодействия) группы факторных показателей с группой результатных показателей системы охлаждения и формирования твердости экструдата вычисляют и анализируют коэффициенты корреляции ρ_{ij} .

Факторные показатели температуры агента охлаждения (x_1 , °C) и продолжительности процесса охлаждения (x_2 , мин) не коррелированы, поскольку их коэффициент корреляции равен нулю, $\rho(x_1, x_2) = 0$. Однако, результатные показатели формируемой твердости экструдата в процессе его охлаждения (y_1 , кг/см²) и температуры, изменяющейся в процессе охлаждения экструдата (y_2 , °C) сильно коррелированы, поскольку их парный коэффициент корреляции $\rho(y_1, y_2) = -0.9007$ достаточно близок к -1 . На оба результатных показателя в большее влияние оказывает фактор продолжительности процесса охлаждения (x_2 , мин) и меньшее влияние оказывает фактор температуры агента охлаждения (x_1 , °C), так как, соответственно, $\rho(x_2, y_1) = 0.8958$, $\rho(x_2, y_2) = -0.8863$ и $\rho(x_1, y_1) = 0.2286$, $\rho(x_1, y_2) = 0.1495$.

Рассмотрим физическую интерпретацию отыскиваемой функции $y = f(x_1, x_2)$ как закономерности изменения температуры остывающего тела (и любого подобного процесса). Тогда в начальный момент времени температура будет максимальна, скажем, α °C, а при неограниченном продолжении процесса охлаждения, температура тела будет стремиться к температуре агента охлаждения, то есть x_1 °C:

$$f(x_1, 0) = \alpha, \quad f(x_1, +\infty) = x_1.$$

Условиям интерпретации удовлетворяет, например, функция двух переменных x_1, x_2 и с двумя параметрами α, k :

$$f(x_1, x_2) = x_1 + (\alpha - x_1) \cdot \exp(k \cdot x_2),$$

при $k < 0$.

Очевидно, что по условиям подойдет любая функция двух переменных x_1, x_2 с несколькими параметрами:

$$f(x_1, x_2) = x_1 + (\alpha - x_1 + G(x_1, x_2)) \cdot \exp(k \cdot x_2),$$

если потребовать $G(x_1, 0) = 0$ и $G(x_1, x_2) \cdot \exp(k \cdot x_2) \rightarrow 0$ при $x_2 \rightarrow +\infty$.

Формирование твердости экструдата (y_1 , кг/см²) в зависимости от температуры агента охлаждения (x_1 , °С) и продолжительности процесса охлаждения (x_2 , мин) на уровне детерминации 98,21 % представляется следующей квазиполиномиальной функцией 3-й степени (рис. 1):

$$y_1 = f(x_1, x_2) = x_1 + (\alpha - x_1 + L(x_1, x_2) + Q(x_1, x_2) + H(x_1, x_2)) \cdot \exp(k \cdot x_2),$$

где $L(x_1, x_2) = b_2 \cdot x_2$,

$$Q(x_1, x_2) = b_{12} \cdot x_1 x_2 + b_{22} \cdot x_2^2,$$

$$H(x_1, x_2) = b_{112} \cdot x_1^2 x_2 + b_{122} \cdot x_1 x_2^2 + b_{222} \cdot x_2^3 + b_{1222} \cdot x_1 x_2^3,$$

соответственно линейная, квадратичная и кубическая формы, составляющие регрессионную функцию;

$$\alpha = 0.20, \quad k = -0.0925644109,$$

$$b_2 = 4.0720676127,$$

$$b_{12} = -0.0745071886,$$

$$b_{22} = -0.2854098946,$$

$$b_{112} = -0.0005008694,$$

$$b_{122} = 0.0045441568,$$

$$b_{222} = 0.0168806379,$$

$$b_{1222} = -0.0001872144,$$

соответственно коэффициенты регрессии, отыскиваемые методом наименьших квадратов с помощью компьютерного пакета, причем все коэффициенты оказались значимыми в соответствии с критерием (статистическим тестом) Стьюдента (Госсета).

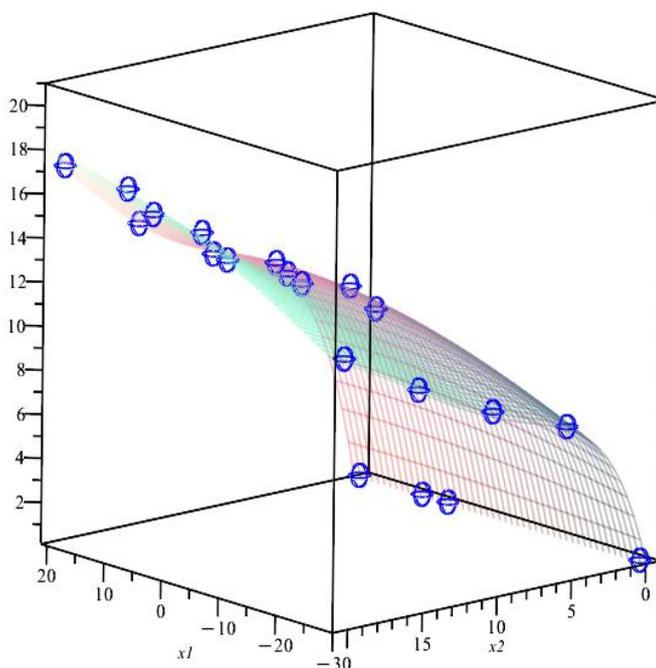


Рис. 1. Изменение формируемой твердости экструдата (y_1 , ч) при изменениях температуры агента охлаждения (x_1 , °С) и продолжительности процесса охлаждения (x_2 , мин)

Change in the formed hardness of the extrudate (y_1 , h) with changes in the temperature of the cooling agent (x_1 , °C) and the duration of the cooling process (x_2 , min)

Относительная погрешность приближения не превосходит 3,10 %, а среднее отклонений оценивается числом близким к нулю $-0,0001$, средние значения фактической и вычисленной твердости экструдата, соответственно 9,8170 и 9,8169 кг/см² в пределах принятой точности вычислений также неразличимы, что указывает на точность и практически несмещенность оценок, получаемых с помощью предложенной схемы.

Изменение температуры экструдата (y_2 , °C) в зависимости от температуры агента охлаждения (x_1 , °C) и продолжительности процесса охлаждения (x_2 , мин) на уровне детерминации 96,78 % представляется указанной выше квазиполиномиальной функцией 3-й степени, но с другими значениями коэффициентов (рис. 2):

$$y_2 = f(x_1, x_2),$$

$$f(x_1, x_2) = x_1 + (\alpha - x_1 + G(x_1, x_2)) \cdot \exp(k \cdot x_2),$$

$$G(x_1, x_2) = b_2 \cdot x_2 + b_{12} \cdot x_1 x_2 + b_{22} \cdot x_2^2 + b_{112} \cdot x_1^2 x_2 + b_{122} \cdot x_1 x_2^2 + b_{222} \cdot x_2^3 + b_{1222} \cdot x_1 x_2^3,$$

$$\alpha = 72.70, k = -0.1723491527,$$

$$b_2 = -5.1043465808, b_{12} = -0.0279429733, b_{22} = 0.9873802564, b_{112} = 0.0104942473,$$

$$b_{122} = 0.0152034351, b_{222} = 0.0188655998, b_{1222} = -0.0033325720,$$

которые также являются значимыми в соответствии с критерием (статистическим тестом) Стьюдента.

эмпирический закон остывания нагретых тел, описанный Ньютоном:

Стало быть, предложенная формула распространяет на область пищевых систем известный

$$f(x_1, x_2) = x_1 + (\alpha - x_1) \cdot \exp(k \cdot x_2).$$

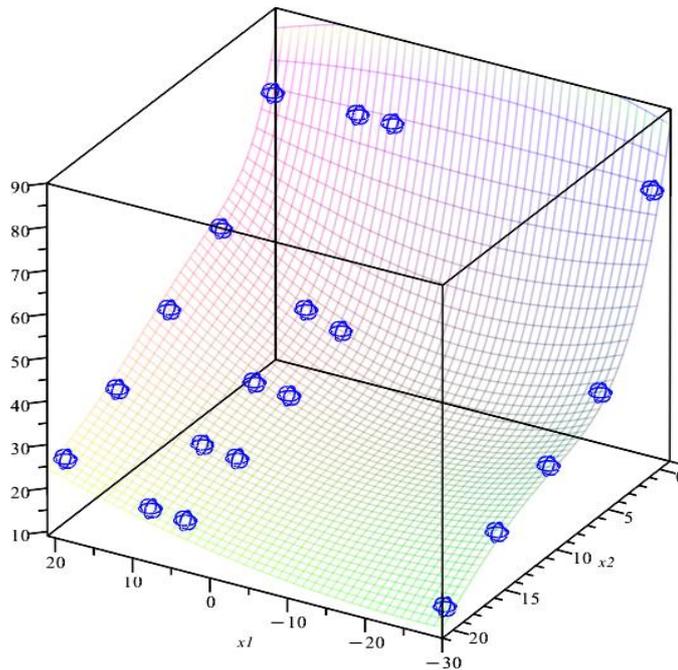


Рис. 2. Изменение температуры экструдата (y_2 , °C) при изменениях температуры агента охлаждения (x_1 , °C) и продолжительности процесса охлаждения (x_2 , мин)

Change in the temperature of the extrudate (y_2 , °C) with changes in the temperature of the cooling agent (x_1 , °C) and the duration of the cooling process (x_2 , min)

Относительная погрешность приближения не превосходит 4,40 %, а среднее отклонений оценивается $-0,0017$ °C. Средние значения фактической и вычисленной температуры, соответственно 37,6600 и 37,6583 °C в пределах принятой точности вычислений практически не различимы.

ческой и вычисленной температуры, соответственно 37,6600 и 37,6583 °C в пределах принятой точности вычислений практически не различимы.

чимы. Поэтому оценки, получаемые с помощью предложенной схемы и в пределах принятой точности, можно считать практически несмещенными.

Заключение. Выявленные закономерности изменения твердости и температуры экструдата в процессе его охлаждения обобщают известный эмпирический закон Ньютона, распространяющийся на объекты системы охлаждения и формирования твердости экструдата, и поэтому

она может быть использована для прогнозирования трансформации пищевого сырья с высокой точностью.

Предложены теоретические и расчетные схемы определения состояния исследуемой системы охлаждения и формирования твердости экструдата, а также получены модельные представления высокой точности для прогнозирования значений результатных показателей и сопряженных биофизических свойств полуфабриката.

Список источников

1. Бахчевников О.Н., Брагинец С.В. Экструдирование растительного сырья для продуктов питания (обзор) // *Техника и технология пищевых производств*. 2020. Т. 50, № 4. С. 690–706. <https://doi.org/10.21603/2074-9414-2020-4-690-706>. EDN: CDJMBD.
2. Матюшев В.В., Чаплыгина И.А., Шпирук Ю.Д., и др. Использование экструдата из смеси зерна пшеницы и картофеля в хлебопечении // *Достижения науки и техники в АПК*. 2017. Т. 31, № 8. С. 80–84. EDN: ZHRFZP.
3. Матюшев В.В., Миржигот А.С., Семенов А.В., и др. Совершенствование технологии производства текстурированной муки // *Вестник КрасГАУ*. 2023. № 5. С. 240–245. <https://doi.org/10.36718/1819-4036-2023-5-240-245>.
4. Остриков А.Н., Абрамов О.В., Рудометкин А.С. Экструзия в пищевых технологиях. СПб.: ГИОРД, 2004. 288 с. EDN: WDJKOB.
5. Чаплыгина И.А., Матюшев В.В., Семенов А.В. Влияние массовой доли пророщенных семян рапса в смеси на питательную ценность экструдатов // *Вестник КрасГАУ*. 2021. № 5 (170). С. 161–167. <https://doi.org/10.36718/1819-4036-2021-5-161-167>. EDN: KMCSMA.
6. Чаплыгина И.А., Матюшев В.В. Совершенствование технологии получения хлеба с использованием муки из экструдата // *Проблемы современной аграрной науки: мат-лы междунар. науч.-практ. конф.* / Краснояр. гос. аграр. ун-т. Красноярск, 2018. С. 200–202. EDN: YONVJZ.
7. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. М.: Физматлит, 2006. 816 с. EDN: QJQKBH.
8. Матюшев В.В., Семенов А.В., Чаплыгина И.А., и др. Охладитель сыпучих материалов. Патент на полезную модель № 212621 U1 Российская Федерация, МПК A23K 40/00. 01.08.2022. Бюл. № 22.

References

1. Bakhchevnikov ON, Braginets SV. Extrusion of Plant Raw Materials in Food Production: A Review. *Tehnika i tehnologija pishhevyh proizvodstv*. 2020;50(4):690–706. (In Russ.). <https://doi.org/10.21603/2074-9414-2020-4-690-706>. EDN: CDJMBD.
2. Matyushev VV, Chaplygina IA, Shpyruk YuD. Usage of extrudate from a mixture of wheat grain and potato in bread baking. *Dostizhenija nauki i tehniki v APK*. 2017;31(8):80-84. EDN: ZHRFZP.
3. Matyushev VV, Mirzhigot AS, Semenov AV, et al. Improvement of textured flour production technology. *Bulliten KrasSAU*. 2023;(5): 240-245. (In Russ.). <https://doi.org/10.36718/1819-4036-2023-5-240-245>.
4. Ostrikov AN, Abramov OV, Rudometkin AS. Jekstruzija v pishhevyh tehnologijah. Saint-Petersburg: GIORД, 2004. 288 p. (In Russ.). EDN: WDJKOB.
5. Chaplygina IA, Matjushev VV, Semenov AV. Effect of the mass rate of germinated rape seeds in mixture on the nutritional value of extrudates. *Bulletin of KSAU*. 2021;(5):161-167. (In Russ.). <https://doi.org/10.36718/1819-4036-2021-5-161-167>. EDN: KMCSMA.

6. Chaplygina IA, Matyushev VV. Improvement of technology of bread production using flour extrudate. Problemy sovremennoj agrarnoj nauki: mat-ly mezhdunar. nauch.-prakt. konf. Krasnojarsk. gos. agrar. un-t. Krasnojarsk, 2018. P. 200–202. (In Russ.). EDN: YONVJZ.
7. Kobzar' AI. Applied mathematical statistics. For engineers and researchers. Moscow: Fizmatlit, 2006. 816 p. (In Russ.). EDN: QJQKBH.
8. Matjushev VV, Semenov AV, Chaplygina IA, et al. *Ohladitel' syuchih materialov*. Patent na poleznuju model' № 212621 U1 Rossijskaja Federacija, MPK A23K 40/00. 01.08.2022. Byul. № 22.

Статья принята к публикации 16.12.2024 / The article accepted for publication 16.12.2024.

Информация об авторах:

Денис Александрович Алесенко¹, аспирант кафедры товароведения и управления качеством продукции агропромышленного комплекса

Василий Викторович Матюшев², профессор кафедры товароведения и управления качеством продукции агропромышленного комплекса, доктор технических наук, профессор

Ирина Александровна Чаплыгина³, доцент кафедры товароведения и управления качеством продукции агропромышленного комплекса, кандидат биологических наук, доцент

Алексей Андреевич Беляков⁴, доцент кафедры агроинженерии, кандидат технических наук, доцент

Information about the authors:

Denis Aleksandrovich Alesenko¹, Postgraduate student at the Department of Commodity Science and Quality Management of Agricultural Products

Vasily Viktorovich Matyushev², Professor at the Department of Commodity Science and Quality Management of Agricultural Products, Doctor of Technical Sciences, Professor

Irina Aleksandrovna Chaplygina³, Associate Professor at the Department of Commodity Science and Quality Management of Agricultural Products, Candidate of Biological Sciences, Docent

Alexey Andreevich Belyakov⁴, Associate Professor at the Department of Agricultural Engineering, Candidate of Technical Sciences, Docent

