МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

УДК 517.518.87

К.А. Кириллов

ОБ ОЦЕНКЕ НОРМЫ ФУНКЦИОНАЛА ПОГРЕШНОСТИ НА ПРОСТРАНСТВАХ S_p ВЕСОВЫХ КВАДРАТУРНЫХ ФОРМУЛ, ТОЧНЫХ ДЛЯ ПОЛИНОМОВ ХААРА

Получена верхняя оценка нормы функционала погрешности $\delta_N[f]$ на пространствах S_p для некоторых весовых квадратурных формул, обладающих d-свойством Хаара.

Ключевые слова: *d-свойство Хаара, функционал погрешности весовой квадратурной формулы, пространства функций S_p.*

K.A. Kirillov

ABOUT THE ASSESSMENT FOR THE ERROR FUNCTIONAL NORM IN S_p SPACES FOR WEIGHT QUADRATURE FORMULAS EXACT FOR HAAR POLYNOMIALS

The upper assessment of error functional $\delta_N[f]$ norm on the S_p spaces for some weight quadrature formulas possessing the Haar d-property is obtained.

Key words: *Haar d-property, error functional of weight quadrature formula, S_p space functions.*

Введение. Задача построения и исследования формул приближенного интегрирования, точных для некоторого заданного набора функций, в основном решалась ранее для вычисления интегралов, точных на алгебраических и тригонометрических многочленах. Квадратурные и кубатурные формулы, точные для системы функций Хаара, можно найти в монографии И.М. Соболя [1]. В указанной работе точность формул приближенного интегрирования на конечных суммах Хаара использовалась при выводе оценок погрешности этих формул.

Описание всех минимальных весовых квадратурных формул, обладающих d-свойством Хаара (формул, точных на константах и функциях Хаара первых d групп), было проведено в [2]. В [3–5] были доказаны оценки нормы функционала погрешности точных для полиномов Хаара квадратурных формул с весовой функцией $g(x) \equiv 1$ на пространствах S_p и H_α, в [6, 7] – с весовой функцией $g \in L_\infty[0,1]$ и $g \in L_q[0,1]$ на пространствах S_p ($p^{-1} + q^{-1} = 1$).

В двумерном случае задача построения кубатурных формул, обладающих d-свойством Хаара (формул, точных для полиномов Хаара степеней, не превосходящих заданного числа d), решалась в [8–13], оценки нормы функционала погрешности указанных кубатурных формул получены на пространствах S_p и H_α в [14–16].

В представленной работе верхняя оценка нормы функционала погрешности, полученная в [6] для обладающих d-свойством Хаара квадратурных формул с весовой функцией $g \in L_\infty[0,1]$, в случае положительной почти всюду на [0,1] функции $g(x)$ уточнена для весовых квадратурных формул с 2^d узлами $x^{(i)} \in l_{d+1,i}$ и коэффициентами при узлах $C_i = \int\limits_{l_{d+1,i}} g(x)dx$, где $l_{d+1,i}$ – двоичный промежуток с концами в точках $(i-1)/2^d$, $i/2^d$, $i=1,2,\dots,2^d$. Для рассмотренных в данной работе квадратурных формул порядок величины $\left\|\delta_N\right\|_{S_p^*}$ при $N \to \infty$, будучи равным $N^{-1/p}$, является наилучшим. Если для любых целых $1 \le k < l \le 2^m$ имеют место неравенства $\sum_{i=k}^{l}(-1)^i \int\limits_{l_{d+1,i}} g(x)dx \neq 0$, то эти квадратурные формулы являются минимальными формулами, обладающими d-свойством Хаара.

1. Основные определения и вспомогательные утверждения

В настоящей работе используется оригинальное определение функций $\chi_{m,j}(x)$, введенное А. Хааром [17], отличное от определения этих функций из [1] в их точках разрыва.

Двоичными промежутками $l_{m,j}$ назовем промежутки с концами в точках $(j-1)/2^{m-1}$, $j/2^{m-1}$ (m = 1,2,..., j = 1,2,..., 2^{m-1}). Если левый конец двоичного промежутка совпадает с 0, то будем считать этот промежуток замкнутым слева, если правый конец совпадает с 1 – замкнутым справа. Остальные двоичные промежутки считаются открытыми. Левую и правую половины $l_{m,j}$ (без середины этого двоичного промежутка) будем обозначать $l^-_{m,j}$ и $l^+_{m,j}$ соответственно.

Система функций Хаара строится группами: группа номер m содержит 2^{m-1} функций $\chi_{m,j}(x)$, где m = 1,2,..., j = 1,2,...,2^{m-1}. Функции Хаара $\chi_{m,j}(x)$ определим следующим образом:

$$\chi_{m,j}(x) = \begin{cases} 2^{(m-1)/2} & \text{при } x \in l^-_{m,j}, \\ -2^{(m-1)/2} & \text{при } x \in l^+_{m,j}, \\ 0 & \text{при } x \in [0,1] \setminus \overline{l_{m,j}}, \\ 0{,}5\left[\chi_{m,j}(x-0) + \chi_{m,j}(x+0)\right], & \text{если } x - \text{внутренняя} \\ & \text{точка разрыва,} \end{cases}$$

где $\overline{l_{m,j}} = [(j-1)/2^{m-1};\ j/2^{m-1}];\quad m = 1,2,\ldots;\quad j = 1,2,\ldots,2^{m-1}.$

В систему функций Хаара включают также функцию $\chi_{0,1}(x) \equiv 1$, которая образует нулевую группу.

Полиномами Хаара степени d назовем линейные комбинации с вещественными коэффициентами функций $\chi_{0,1}(x)$, $\chi_{m,j}(x)$, где m = 1,2,..., j = 1,2,...,2^{m-1}, причем хотя бы один из коэффициентов при функциях Хаара $\chi_{d,j}(x)$ группы номер d отличен от нуля.

Будем рассматривать квадратурные формулы

$$I[f] = \int_0^1 g(x) f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{N} C_i f(x^{(i)}) = Q_N[f], \tag{1}$$

где $x^{(i)} \in [0,1]$ – узлы формулы; $C_i \in$ R – коэффициенты при узлах, i=1,2,…,2^d. Функционал погрешности квадратурной формулы (1) обозначим через $\delta_N[f]$

$$\delta_N[f] = \sum_{i=1}^{N} C_i f(x^{(i)}) - \int_0^1 g(x) f(x)dx. \tag{2}$$

Будем говорить, что квадратурная формула (1) обладает d-свойством Хаара, или просто – d-свойством, если она точна для любого полинома Хаара $P(x)$ степени, не превосходящей d, т.е. $Q_N[P] = I[P]$.

Сформулируем определение классов функций S_p, введенное в [1]. Множество функций $f(x)$, определенных на отрезке [0,1] и представимых в виде ряда Фурье-Хаара

$$f(x) = c_0^{(1)} + \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{2^{m-1}} c_m^{(j)} \chi_{m,j}(x) \tag{3}$$

с вещественными коэффициентами $c_0^{(1)},\, c_m^{(j)}$, $(m=1,2,\ldots,\ j=1,2,\ldots,2^{m-1})$, удовлетворяющими условию

$$A_p(f)=\sum_{m=1}^{\infty}2^{(m-1)/2}\left[\sum_{j=1}^{2^{m-1}}\left|c_m^{(j)}\right|^p\right]^{1/p}\le A\,, \tag{4}$$

($p \ge 1$, A – вещественная константа), определяется как класс $S_p(A)$. Множество функций $f(x)$, принадлежащих всем классам $S_p(A)$ (со всевозможными A, значение $1 \le p < \infty$ фиксировано), является линейным пространством, обозначаемым S_p, на котором вводится норма по формуле

$$\|f\|_{S_p}=A_p(f)\,. \tag{5}$$

При этом все функции $f(x)$, отличающиеся постоянными слагаемыми, считаются за одну функцию.

В [18] вводится понятие линейного пространства $L_\infty[0,1]$, состоящего из всех измеримых почти всюду конечных функций $g(x)$, для каждой из которых найдется число C_g, такое, что $|g(x)| \le C_g$ почти всюду на [0,1]. Такие функции называют существенно ограниченными на отрезке [0,1]. Для функции $g \in L_\infty[0,1]$ определен истинный (существенный) супремум ее модуля $\operatorname{vrai}\sup\limits_{x\in[0,1]}|g(x)|$ как инфимум множества чисел $\alpha \in$ R, таких, что мера множества $\{x \in [0,1]: |g(x)| > \alpha\}$ равна нулю. $L_\infty[0,1]$ является линейным подмножеством в множестве измеримых почти всюду конечных функций. Норма в $L_\infty[0,1]$ вводится по формуле

$$\|g\|_{L_\infty[0,1]}=\operatorname{vrai}\sup_{x\in[0,1]}|g(x)|.$$

Лемма 1. [2] Пусть m – фиксированное натуральное число. Функции

$$\kappa_{m,j}(x)=\begin{cases}2^m & \text{при } x\in l_{m+1,j},\\ 2^{m-1} & \text{при } x\in \overline{l_{m+1,j}}\setminus l_{m+1,j},\\ 0 & \text{при } x\in[0,1]\setminus\overline{l_{m+1,j}},\end{cases} \tag{6}$$

где $j = 1,2,..., 2^m$ являются полиномами Хаара степени m и образуют базис в линейном пространстве полиномов Хаара степеней, не превосходящих m.

Лемма 2. Имеют место равенства

$$\chi_{m,j}(x) = 2^{-(m+1)/2}[\kappa_{m,2j-1}(x) - \kappa_{m,2j}(x)],\ m = 1,2,...,\ j = 1,2,...,\ 2^{m-1}. \tag{7}$$

Соотношения (7) непосредственно следуют из определения функций Хаара и равенств (6).

2. Вывод оценки нормы функционала погрешности квадратурных формул

Зафиксируем $p > 1$. Пусть q – число, связанное с p равенством $p^{-1} + q^{-1} = 1$. Введем следующее обозначение:

$$G=\int_0^1 g(x)dx\,. \tag{8}$$

Теорема 1. Если $g \in L_\infty[0,1]$ и $g(x) > 0$ почти всюду на $[0,1]$, то для нормы функционала погрешности квадратурной формулы (1) с $N = 2^d$ узлами, удовлетворяющими условиям $x^{(i)} \in l_{d+1,i}$, и коэффициентами при узлах, определяющимися равенствами $C_i = \int\limits_{l_{d+1,i}} g(x)dx$, $i=1,2,\ldots,2^d$, имеет место неравенство

$$\left\|\delta_N\right\|_{s_p^*} \le \left(QG\right)^{1/q} \left(\left\|g\right\|_{L_\infty[0,1]}\right)^{1/p} N^{-1/p}, \tag{9}$$

где константа G определяется согласно (8).

Доказательство. Из (6) следует, что квадратурная формула, удовлетворяющая условиям теоремы, точна для функций $\kappa_{d,1}(x), \kappa_{d,2}(x), \ldots, \kappa_{d,2^d}(x)$. Тогда в силу леммы 1 эта формула обладает d-свойством. Подставим (3) в (2). Принимая во внимание определение функций Хаара, равенства (7), а также точность рассматриваемой квадратурной формулы на полиномах Хаара всех степеней, не превосходящих d, придем к следующему выражению для функционала ее погрешности:

$$\begin{aligned}
\delta_N[f] &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{2^{m-1}} \left\{ c_m^{(j)} \left[\sum_{i=1}^{N} C_i \chi_{m,j}(x^{(i)}) - \int_0^1 g(x)\chi_{m,j}(x)dx \right] \right\} = \\
&= \sum_{m=1}^{\infty} 2^{(m-1)/2} \sum_{j=1}^{2^{m-1}} \left\{ c_m^{(j)} \left[\int\limits_{l_{m,j}^+} g(x)\,dx - \int\limits_{l_{m,j}^-} g(x)\,dx + 2^{-(m-1)/2} Q[\chi_{m,j}] \right] \right\} = \\
&= \sum_{m=d+1}^{\infty} 2^{(m-1)/2} \sum_{j=1}^{2^{m-1}} \left\{ c_m^{(j)} \left[\int\limits_{l_{m,j}^+} g(x)\,dx - \int\limits_{l_{m,j}^-} g(x)\,dx + 2^{-m} \left(Q[\kappa_{m,2j-1}] - Q[\kappa_{m,2j}]\right) \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{10}$$

Учитывая абсолютную сходимость ряда в правой части равенства (10) и оценивая сумму по j с помощью неравенства Гельдера, получим

$$\left|\delta_N[f]\right| \le \sum_{m=d+1}^{\infty} 2^{(m-1)/2} \sum_{j=1}^{2^{m-1}} \left\{ \left|c_m^{(j)}\right| \left| \int\limits_{l_{m,j}^+} g(x)\,dx - \int\limits_{l_{m,j}^-} g(x)\,dx + 2^{-m} \left(Q[\kappa_{m,2j-1}] - Q[\kappa_{m,2j}]\right) \right| \right\} \le$$

$$\le \sum_{m=d+1}^{\infty} 2^{\frac{m-1}{2}} \left[\sum_{j=1}^{2^{m-1}} \left| c_m^{(j)} \right|^p \right]^{1/p} \left[\sum_{j=1}^{2^{m-1}} \left| \int\limits_{l_{m,j}^+} g(x)\,dx - \int\limits_{l_{m,j}^-} g(x)\,dx + 2^{-m} \left(Q[\kappa_{m,2j-1}] - Q[\kappa_{m,2j}]\right) \right|^q \right]^{1/q}.$$

Последнее неравенство можно записать в виде

$$\left|\delta_N[f]\right| \le \sum_{m=d+1}^{\infty} 2^{(m-1)/2} \left\{ \left[\sum_{j=1}^{2^{m-1}} \left| c_m^{(j)} \right|^p \right]^{1/p} \left[\sum_{k=1}^{2^d} \psi_q(m,k) \right]^{1/q} \right\}, \tag{11}$$

где

$$\psi_q(m,k) = \sum_{j=2^{m-d-1}(k-1)+1}^{2^{m-d-1}k} \left| \int\limits_{l_{m,j}^+} g(x)\,dx - \int\limits_{l_{m,j}^-} g(x)\,dx + 2^{-m} \left(Q[\kappa_{m,2j-1}] - Q[\kappa_{m,2j}]\right) \right|^q,$$

$m = d+1, d+2, \ldots$, $k = 1, 2, \ldots, 2^d$.

В соответствии с условиями теоремы каждое из множеств

$$\bigcup_{j=2^{m-d-1}(k-1)+1}^{2^{m-d-1}k} l_{m,j} = l_{d+1,k}$$

($m=d+1, d+2,\ldots,\ k=1,2,\ldots,2^d$) содержит ровно один узел квадратурной формулы (1). Для каждого такого множества возможны следующие три случая расположения принадлежащего ему узла $x^{(k)}$:

а) $x^{(k)}=(2j_0-1)/2^m$, $j_0\in\{2^{m-d-1}(k-1)+2, 2^{m-d-1}(k-1)+3,\ldots,2^{m-d-1}k-1\}$,

б) $x^{(k)}\notin\{j/2^m\colon j=2^{m-d}(k-1), 2^{m-d}(k-1)+1,\ldots,2^{m-d}k\}$,

в) $x^{(k)}=j_0/2^{m-1}$, $j_0\in\{2^{m-d-1}(k-1)+1, 2^{m-d-1}(k-1)+2,\ldots,2^{m-d-1}k-1\}$.

Несложно доказать, что в каждом из этих случаев имеет место неравенство

$$\psi_q(m,k)\le 2\left(2^{-d}\|g\|_{L_\infty[0,1]}\right)^{q-1}\int_{l_{d+1,k}} g(x)\,dx, \tag{12}$$

$m=d+1, d+2,\ldots,\ k=1,2,\ldots,2^d$. При выводе неравенства (12) используется неотрицательность интегралов от весовой функции $g(x)$ по двоичным промежуткам длины 2^{-m}, содержащимся в каждом из множеств $l_{d+1,k}$, а также ограниченность сверху каждого из указанных интегралов величиной $2^{-m}\|g\|_{L_\infty[0,1]}$.

Из (11) с учетом соотношений (4), (5), (12) и неравенства $g(x)>0$, имеющего место почти всюду на [0,1], получим

$$|\delta_N[f]|\le 2^{1/q}\left(2^{-d}\|g\|_{L_\infty[0,1]}\right)^{1/p}\sum_{m=d+1}^{\infty}\left\{2^{(m-1)/2}\left[\sum_{j=1}^{2^{m-1}}\left|c_m^{(j)}\right|^p\right]^{1/p}\left[\sum_{k=1}^{2^d}\int_{l_{d+1,k}} g(x)\,dx\right]^{1/q}\right\}=$$

$$=\left(2G\right)^{1/q}\left(2^{-d}\|g\|_{L_\infty[0,1]}\right)^{1/p}\sum_{m=d+1}^{\infty}2^{(m-1)/2}\left[\sum_{j=1}^{2^{m-1}}\left|c_m^{(j)}\right|^p\right]^{1/p}\le\left(2G\right)^{1/q}\left(2^{-d}\|g\|_{L_\infty[0,1]}\right)^{1/p}\|f\|_{S_p},$$

откуда следует оценка (9). Теорема доказана.

Замечание 1. Если для любых целых $1\le k<l\le 2^m$ имеют место неравенства

$$\sum_{i=k}^{l}(-1)^i\int_{l_{d+1,i}} g(x)dx\ne 0,$$

то в соответствии с результатами, полученными в [2], квадратурные формулы, удовлетворяющие условиям теоремы 1, являются минимальными формулами, обладающими d-свойством.

Заключение

В [19] И.М. Соболем в случае $g(x)\ge 0$ построена формула с положительными коэффициентами при узлах, удовлетворяющая условию

$$\sum_{i=1}^{N}C_i=\int_0^1 g(x)\,dx=G,$$

для нормы функционала погрешности которой выполняются неравенства

$$GN^{-1/p}\le\|\delta_N\|_{S_p^*}\le 2GN^{-1/p}. \tag{13}$$

Следовательно, для такой формулы порядок величины $\|\delta_N\|_{S_p^*}$ в точности равен $N^{-1/p}$, $N \to \infty$.

В [6] доказано, что в случае весовой функции $g \in L_\infty[0,1]$ для нормы функционала погрешности квадратурной формулы (1), обладающей *d*-свойством, имеет место двойное неравенство

$$2^{-1/p} G N^{-1/p} \le \|\delta_N\|_{S_p^*} \le 2\left(\int_0^1 |g(x)|\,dx\right)^{1/q} \left(\|g\|_{L_\infty[0,1]}\right)^{1/p} \left(d\right)^{-1/p}, \qquad (14)$$

где константа *G* определяется согласно (8).

Из (9) и (14) следует, что при выполнении условий теоремы 1 норма $\|\delta_N\|_{S_p^*}$ функционала погрешности формул, исследованных в настоящей работе, также имеет наилучший порядок сходимости к нулю, равный $N^{-1/p}$, $N \to \infty$. При этом константа $\left(G\right)^{1/q} \left(\|g\|_{L_\infty[0,1]}\right)^{1/p}$, фигурирующая в неравенстве (9), меньше константы $2\left(\int_0^1 |g(x)|\,dx\right)^{1/q} \left(\|g\|_{L_\infty[0,1]}\right)^{1/p}$ из неравенства (14), а в случае $\|g\|_{L_\infty[0,1]} < 2G$ меньше константы 2*G*, фигурирующей в верхней оценке величины $\|\delta_N\|_{S_p^*}$ из (13). В то же время рассмотренные в замечании 1 квадратурные формулы, верхняя оценка погрешности которых получена в теореме 1, будучи минимальными формулами приближенного интегрирования, обеспечивают наилучшую поточечную сходимость $\delta_N[f]$ к нулю при $N \to \infty$.

Литература

1. *Соболь И.М.* Многомерные квадратурные формулы и функции Хаара. – М.: Наука, 1969. – 288 с.
2. *Кириллов К.А., Носков М.В.* Минимальные квадратурные формулы, точные для полиномов Хаара // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2002. – Т. 42. – № 6. – С. 791–799.
3. *Кириллов К.А.* Об оценках погрешности квадратурных формул, точных для полиномов Хаара // Вычислительные методы и программирование. – 2011. – Т. 12. – № 2. – С. 94–101.
4. *Кириллов К.А.* Оценки нормы функционала погрешности квадратурных формул, точных для полиномов Хаара // Журн. СФУ. Серия «Математика и физика». – 2011. – Т. 4. – № 4. – С. 479–488.
5. *Кириллов К.А.* Оценки на пространствах S_p нормы функционала погрешности квадратурных формул, точных для полиномов Хаара // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2012. – Т. 52. – № 10. – С. 1747–1755.
6. *Кириллов К.А.* Оценки нормы функционала погрешности на пространствах S_p весовых квадратурных формул, точных для полиномов Хаара // Вычислительные методы и программирование. – 2012. – Разд. 1. – С. 324–331 – URL:http://num-meth.srcc.msu.ru/.
7. *Кириллов К.А.* Об оценке погрешности минимальных весовых квадратурных формул, точных для функций Хаара // Вычислительные технологии. – 2006. – Т. 11 (спец. вып.). – С. 44–50.
8. *Кириллов К.А.* Минимальные кубатурные формулы, точные для полиномов Хаара R^2 // Вопросы математического анализа. – Красноярск: Изд-во Краснояр. гос. техн. ун-та, 2003. – Вып. 6. – С. 108–117.
9. *Кириллов К.А.* Нижние оценки числа узлов кубатурных формул, точных для полиномов Хаара в двумерном случае // Вычислительные технологии. – 2004. – Т. 9 (спец. вып.). – С. 62–71.
10. *Кириллов К.А.* Построение минимальных кубатурных формул, точных для полиномов Хаара высших степеней в двумерном случае // Вычислительные технологии. – 2005. – Т. 10 (спец. вып.). – С. 29–47.
11. *Noskov M.V., Kirillov K.A.* Minimal cubature formulas exact for Haar polynomials // Journal of Approximation Theory. – 2010. – Vol. 162. – Issue 3. – P. 615–627.
12. *Кириллов К.А.* Алгоритм построения минимальных кубатурных формул, обладающих *d*-свойством Хаара в двумерном случае // Журн. СФУ. Серия «Математика и физика». – 2010. – Т. 3. – № 2. – С. 205–215.
13. *Кириллов К.А.* Минимальные кубатурные формулы, точные для полиномов Хаара малых степеней в двумерном случае // Вестн. КрасГАУ. – 2012. – № 10. – С. 7–12.

14. *Кириллов К.А., Носков М.В.* Оценки погрешности на пространствах S_p кубатурных формул, точных для полиномов Хаара в двумерном случае // Журн. вычислительной математики и математической физики. – 2009. – Т. 49. – № 1. – С. 3–13.
15. *Кириллов К.А.* Оценки нормы функционала погрешности на пространствах H_α кубатурных формул, точных для полиномов Хаара в двумерном случае // Жур. СФУ. Серия «Математика и физика». – 2012. – Т. 5. – № 3. – С. 382–387.
16. *Кириллов К.А.* Об оценках погрешности кубатурных формул, точных для полиномов Хаара // Вестник СибГАУ. – 2012. – № 2 (42). – С. 33–36.
17. *Haar A.* Zur Theorie der orthogonalen Funktionensysteme // Math. Ann. – 1910. – Vol. 69. – P. 331–371.
18. *Канторович Л.В., Акилов Г.П.* Функциональный анализ. – М.: Наука, 1984. – 752 с.
19. *Соболь И.М.* О весовых квадратурных формулах // Сибирский математический жур. – 1978. – Т. 19. – № 5. – С. 1196–1200.

УДК 332.144

А.Н. Козицина, И.В. Филимоненко

ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ КАДРОВОЙ ПОТРЕБНОСТИ РЕГИОНА (НА ПРИМЕРЕ КРАСНОЯРСКОГО КРАЯ)

В статье рассматривается проблема дисбаланса спроса и предложения профессиональных кадров на региональном рынке труда. Приведена информационно-аналитическая модель для прогнозирования кадровой потребности экономики Красноярского края с применением модели многомерной базы данных на основе принципов OLAP-технологий.

Ключевые слова: *регион, кадровая потребность, профессиональные кадры, информационно-аналитическая модель, многомерная база данных, Olap-технологии.*

A.N. Kozitsina, I.V. Filimonenko

FORECASTING INFORMATION MODEL OF THE REGION PERSONNEL NECESSITY (ON THE EXAMPLE OF KRASNOYARSK TERRITORY)

The problem of the imbalance between professional personnel supply and demand in the regional labor market is considered in the article. The information-analytical model to forecast personnel necessity of the Krasnoyarsk Territory economy using multidimensional database models based on Olap-technology principles is given.

Key words: *region, personnel necessity, professional personnel, information-analytical model, multidimensional database, Olap-technology.*

В связи со стратегическими ориентациями экономики Российской Федерации и отдельных регионов на инновационное развитие резко возрастает актуальность обеспечения экономики профессиональными кадрами. Механизмом инновационного развития является диффузия инноваций и передовых достижений в области науки и техники в экономику, в результате которой повышается технико-технологический уровень производства, диверсифицируется структура валового регионального продукта (ВРП), изменяются структуры конечного и промежуточного спроса, претерпевают изменения кадровая потребность региональной экономики и структура профессионального образования. Отсутствие согласованности в структурных сдвигах региональной системы приводит к возникновению дисбаланса спроса и предложения кадровой потребности на региональных рынках труда и проявляется в существовании следующих проблем:

- длительный срок заполнения вакансий и увеличение средней продолжительности периода безработицы (до 5 мес. на 01.01.2012 г.[1]) на региональном рынке труда в связи с несоответствием зарплатных ожиданий и качества трудовых ресурсов возможностям и требованиям работодателей. Это, в свою очередь,

[1] По данным Агентства труда и занятости населения Красноярского края. URL:http://www.rabota-enisey.ru/market/situation.