

УДК 631.31

В.П. Кочетков, Н.С. Курочкин, Н.В. Цугленок

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

В статье рассматривается моделирование асинхронного двигателя в двухфазной системе координат. Проведено сравнение динамики асинхронного двигателя, полученной на представленной модели и с помощью стандартного блока Asynchronous Machine в пакете Simulink.

Ключевые слова: асинхронный двигатель, моделирование, электромеханические переходные процессы.

V.P. Kochetkov, N.S. Kurochkin, N.V. Tsuglenok

RESEARCH OF THE ASYNCHRONOUS ENGINE DYNAMICS

The modeling of asynchronous engine in two-phase system of coordinates is considered in the article. The comparison of the asynchronous engine dynamics obtained on the presented model and with the help of the "Asynchronous Machine" standard block in the Simulink package is conducted.

Key words: asynchronous engine, modeling, electromechanical transitional processes.

Традиционно механические характеристики асинхронных двигателей построены по общеизвестной формуле Клосса и соответствуют только статическим режимам, когда момент не превышает момента критического M_k по паспортным данным, но они существенно отличаются от характеристик реальных, в которых учитываются электромагнитные переходные процессы.

Точное математическое описание явлений, происходящих в асинхронных машинах, сложно и громоздко, поэтому используем следующие общеизвестные допущения:

- отсутствие насыщения магнитной цепи;
- отсутствие гистерезиса;
- синусоидальное распределение в пространстве кривых МДС и магнитных индукций;
- независимость индуктивных сопротивлений рассеяния от положения ротора;
- полная симметрия обмоток статора.

Математическое описание асинхронного короткозамкнутого двигателя, с учётом допущений, представим в виде систем уравнений.

Уравнения напряжений для статорной и роторной цепи соответственно имеют вид:

$$\begin{cases} U_{s1} = \frac{d\psi_{s1}}{dt} + R_{s1} \cdot i_{s1}, \\ U_{s2} = \frac{d\psi_{s2}}{dt} + R_{s2} \cdot i_{s2}, \\ U_{s3} = \frac{d\psi_{s3}}{dt} + R_{s3} \cdot i_{s3}. \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 0 = \frac{d\psi_{r1}}{dt} + R_{r1} \cdot i_{r1}, \\ 0 = \frac{d\psi_{r2}}{dt} + R_{r2} \cdot i_{r2}, \\ 0 = \frac{d\psi_{r3}}{dt} + R_{r3} \cdot i_{r3}. \end{cases} \quad (2)$$

Потокоцепление обмотки каждой фазы является функцией всех токов статора и ротора. Системы уравнений для потокоцеплений статора и ротора (соответственно индексы «s» и «r») имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \psi_{s1} = L_s \cdot i_{1s} + L_{s1,2} \cdot i_{2s} + L_{s1,3} \cdot i_{3s} + L_{1,1} \cdot \cos \varphi \cdot i_{r1} + L_{1,2} \cdot \cos(\varphi + 2 \cdot \alpha) \cdot i_{r2} + L_{1,3} \cdot \cos(\varphi + \alpha) \cdot i_{r3}, \\ \psi_{s2} = L_s \cdot i_{2s} + L_{s2,1} \cdot i_{1s} + L_{s2,3} \cdot i_{3s} + L_{2,1} \cdot \cos(\varphi + \alpha) \cdot i_{r1} + L_{2,2} \cdot \cos \varphi \cdot i_{r2} + L_{2,3} \cdot \cos(\varphi + 2 \cdot \alpha) \cdot i_{r3}, \\ \psi_{s3} = L_s \cdot i_{3s} + L_{s3,1} \cdot i_{1s} + L_{s3,2} \cdot i_{2s} + L_{3,1} \cdot \cos(\varphi + 2 \cdot \alpha) \cdot i_{r1} + L_{3,2} \cdot \cos(\varphi + \alpha) \cdot i_{r2} + L_{3,3} \cdot \cos \varphi \cdot i_{r3}. \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \psi_{r1} = L_r \cdot i_{1r} + L_{r1,2} \cdot i_{2r} + L_{r1,3} \cdot i_{3r} + L_{1,1} \cdot \cos \varphi \cdot i_{s1} + L_{1,2} \cdot \cos(\varphi + 2 \cdot \alpha) \cdot i_{s2} + L_{1,3} \cdot \cos(\varphi + \alpha) \cdot i_{s3}, \\ \psi_{r2} = L_r \cdot i_{2r} + L_{r2,1} \cdot i_{1r} + L_{r2,3} \cdot i_{3r} + L_{2,1} \cdot \cos(\varphi + \alpha) \cdot i_{s1} + L_{2,2} \cdot \cos \varphi \cdot i_{s2} + L_{2,3} \cdot \cos(\varphi + 2 \cdot \alpha) \cdot i_{s3}, \\ \psi_{r3} = L_r \cdot i_{3r} + L_{r3,1} \cdot i_{1r} + L_{r3,2} \cdot i_{2r} + L_{3,1} \cdot \cos(\varphi + 2 \cdot \alpha) \cdot i_{s1} + L_{3,2} \cdot \cos(\varphi + \alpha) \cdot i_{s2} + L_{3,3} \cdot \cos \varphi \cdot i_{s3}. \end{cases} \quad (4)$$

В уравнениях (3) и (4) L_s и L_r являются собственными индуктивностями соответствующих обмоток статора и ротора, все остальные – взаимными индуктивностями между соответствующими обмотками статора $L_{s1,2}$, ротора $L_{r1,2}$ и статора и ротора, например, $L_{1,1}$ – взаимная индуктивность между первой обмоткой статора и первой обмоткой ротора.

В дополнение к системам уравнений (1)–(4) используем основное уравнение динамики электропривода

$$J_{\Sigma} \frac{d\omega}{dt} = M - M_c, \quad (5)$$

где J_{Σ} , M , M_c , ω – соответственно суммарный момент инерции, электромагнитный и статический моменты и угловая скорость двигателя.

Момент электромагнитный может быть выражен через векторные величины потокоцепления Ψ_{rx} и тока I_{rx} ротора в координатных осях x, y

$$M = \Psi_{rx} \times I_{rx}. \quad (6)$$

Несмотря на полное и строгое математическое описание, использование уравнений (1)–(6) для исследования машины встречает серьёзные трудности. Перечислим основные:

- в уравнениях (5)–(6) фигурируют векторные величины, а в уравнениях (1)–(4) скалярные;
- количество взаимосвязанных уравнений равно 16, а количество коэффициентов при них – 44;
- коэффициенты взаимной индукции между обмотками статора и ротора в уравнениях (3) и (4) являются функцией угла поворота ротора относительно статора, то есть уравнения (3) и (4) являются уравнениями с переменными коэффициентами;
- уравнение (6) является нелинейным, так как в нём перемножаются переменные.

На пути упрощения математического описания асинхронной машины используем метод пространственного вектора, который позволит существенно упростить и сократить вышеприведенную систему уравнений; метод позволяет связать уравнения (1)–(6) в единую систему с векторными переменными состояниями. Суть метода состоит в том, что мгновенные значения симметричных трёхфазных переменных состояний (напряжения, токи, потокоцепления) можно математически преобразовать так, чтобы они были представлены одним пространственным вектором. Это математическое преобразование имеет вид (например, для тока статора)

$$\vec{i} = \frac{2}{3} (i_A + \vec{a}i_B + \vec{a}^2i_C), \quad (7)$$

где $\vec{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}}$, $\vec{a}^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}}$ – векторы, учитывающие пространственное смещение обмоток;

$$i_A = I_m \cos \omega t, \quad i_B = I_m \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right), \quad i_C = I_m \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) - \text{трехфазная симметричная система токов статора.}$$

тема токов статора.

Приведем уравнения к безмерным (относительным) величинам. В качестве основных базовых величин выбираются амплитудные номинальные значения фазного напряжения и тока, а также номинальное значение угловой частоты

$$U_{\bar{\sigma}} = \sqrt{2}U_{1H}, \quad I_{\bar{\sigma}} = \sqrt{2}I_{1H}, \quad \omega_{\bar{\sigma}} = \omega_H = 2\pi f_{1H}. \quad (8)$$

На основе (8) определяются базовые значения всех переменных и коэффициентов, входящих в уравнения, а также базового времени

$$R_{\bar{\sigma}} = \frac{U_{\bar{\sigma}}}{I_{\bar{\sigma}}}, \quad L_{\bar{\sigma}} = \frac{U_{\bar{\sigma}}}{\omega_{\bar{\sigma}} I_{\bar{\sigma}}}, \quad \psi_{\bar{\sigma}} = \frac{U_{\bar{\sigma}}}{\omega_{\bar{\sigma}}}, \quad M_{\bar{\sigma}} = \frac{3}{2} p \frac{U_{\bar{\sigma}} I_{\bar{\sigma}}}{\omega_{\bar{\sigma}}}, \quad t_{\bar{\sigma}} = \frac{1}{\omega_{\bar{\sigma}}}. \quad (9)$$

В дальнейшем используются уравнения только в относительных единицах. Обобщенная система уравнений для описания асинхронной машины примет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{u}_S = r_S \cdot \bar{i}_S + \frac{d\bar{\psi}_S}{d\tau} + j \cdot \alpha_k \cdot \bar{\psi}_S, \\ \bar{u}_R = r_R \cdot \bar{i}_R + \frac{d\bar{\psi}_R}{d\tau} + j \cdot (\alpha_k - p_n \nu) \cdot \bar{\psi}_R, \\ \bar{\psi}_S = x_S \cdot \bar{i}_S + x_m \cdot \bar{i}_R, \\ \bar{\psi}_R = x_m \cdot \bar{i}_S + x_R \cdot \bar{i}_R, \\ \mu = k \cdot \text{Mod} \left(\bar{\psi}_i \times \bar{i}_k \right), \\ J_{\mu} \frac{d\nu}{d\tau} = \mu - \mu_c. \end{array} \right. \quad (10)$$

В этих уравнениях все переменные относительные, полученные как результат деления реальных значений на базовые, все коэффициенты также безразмерные, полученные аналогично. Переменные и параметры в относительных единицах:

$$\bar{u} = \frac{\bar{u}}{U_{\bar{\sigma}}}, \quad \bar{i} = \frac{\bar{i}}{I_{\bar{\sigma}}}, \quad \bar{\psi} = \frac{\bar{\psi}}{\psi_{\bar{\sigma}}} - \text{относительные электромагнитные переменные состояния};$$

$$\alpha_k = \frac{\omega_k}{\omega_{\bar{\sigma}}}, \quad \nu = \frac{\omega}{\omega_{\bar{\sigma}}} - \text{относительная частота статора и относительная скорость ротора соответ-}$$

венно;

$$\mu = \frac{M}{M_b} - \text{относительный момент на валу машины};$$

$$r_S = \frac{R_S}{R_\sigma}, \quad r_R = \frac{R_R}{R_\sigma}, \quad x_S = \frac{\omega_\sigma L_S}{R_\sigma}, \quad x_R = \frac{\omega_\sigma L_R}{R_\sigma}, \quad x_m = \frac{\omega_\sigma L_m}{R_\sigma}, \quad J_\mu = \frac{\omega_\sigma^2 J_\Sigma}{M_\sigma} \quad - \text{параметры}$$

двигателя в относительных единицах.

В уравнениях (10) время принято безразмерным $\tau = \frac{t}{t_\sigma} = \omega_\sigma t$, то есть единицей измерения време-

ни является не секунда, а $t_\sigma = \frac{1}{\omega_\sigma}$. Следует заметить, что введение относительных величин существенно

сокращает время моделирования и позволяет устранить многие проблемы при моделировании.

Для динамических систем необходимо учитывать переходные электромагнитные процессы в машине. В этом случае в качестве пары переменных, описывающих машину, оставим пространственные векторы тока статора и потокосцепления ротора ($\vec{i}_S, \vec{\psi}_R$), тогда уравнения (10) после преобразования примут вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{u}_S = r \cdot \vec{i}_S + x_S \cdot \frac{d\vec{i}_S}{d\tau} + j \cdot \alpha_k \cdot x_S \cdot \vec{i}_S - \frac{k_R}{T_R} \cdot \vec{\psi}_R + j \cdot k_R \cdot p_n \cdot \nu \cdot \vec{\psi}_R, \\ 0 = -k_R \cdot r_R \cdot \vec{i}_S + \frac{1}{T_R} \cdot \vec{\psi}_R + \frac{d\vec{\psi}_R}{d\tau} + j \cdot (\alpha_k - p_n \cdot \nu) \cdot \vec{\psi}_R, \\ \mu = k \cdot \text{Mod}(\vec{i}_S \times \vec{\psi}_R), \\ J_\mu \cdot \frac{d\nu}{d\tau} = \mu - \mu_c. \end{array} \right. \quad (11)$$

где $r = (r_S + k_R^2 r_S)$, $x_S' = \left(x_S - \frac{x_m^2}{x_R} \right)$, $k_R = \frac{x_m}{x_R}$, $T_R = \frac{x_R}{r_R}$ – безразмерные коэффициенты.

В неподвижной комплексной системе координат ($\omega_k = 0$, $\alpha_k = 0$) вещественная ось обозначается через α , а мнимая через β . Пространственные векторы в этом случае раскладываются по осям $\vec{u}_S = u_{S\alpha} + j u_{S\beta}$, $\vec{i}_S = i_{S\alpha} + j \cdot i_{S\beta}$, $\vec{u}_R = \psi_{R\alpha} + j \cdot \psi_{R\beta}$, $\vec{i}_R = i_{R\alpha} + j \cdot i_{R\beta}$.

Система уравнений (11) в операторной форме примет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{S\alpha} = r \cdot (1 + T_S \cdot p) \cdot i_{S\alpha} - \frac{k_R}{T_R} \cdot \psi_{r\alpha} - k_R \cdot p_n \cdot \nu \cdot \psi_{R\beta}, \\ u_{S\beta} = r \cdot (1 + T_S \cdot p) \cdot i_{S\beta} - \frac{k_R}{T_R} \cdot \psi_{r\beta} - k_R \cdot p_n \cdot \nu \cdot \psi_{R\alpha}, \\ 0 = -k_R \cdot r_R \cdot i_{S\alpha} + \frac{1}{T_R} \cdot (1 + T_R \cdot p) \cdot \psi_{R\alpha} + p_n \cdot \nu \cdot \psi_{R\beta}, \\ 0 = -k_R \cdot r_R \cdot i_{S\beta} + \frac{1}{T_R} \cdot (1 + T_R \cdot p) \cdot \psi_{R\beta} + p_n \cdot \nu \cdot \psi_{R\alpha}, \\ \mu = k_r \cdot (\psi_{R\alpha} \cdot i_{S\beta} - \psi_{R\beta} \cdot i_{S\alpha}), \\ \bar{J}_\mu \cdot p \cdot \nu = \mu - \mu_c, \end{array} \right. \quad (12)$$

где $T_S = \frac{x'_S}{r}$.

Для моделирования выберем асинхронный двигатель со следующими паспортными данными и параметрами:

$P_n = 14$ кВт, $U_{1H} = 220$ В, $I_{1H} = 27,5$ А, $f_{1H} = 50$ Гц, $p_n = 1$, $R_s = 0,219$ Ом, $R_r = 0,211$ Ом, $L_s = L_r = 0,094$ Гн, $L_m = 0,092$ Гн, $J = 0,09$ кг·м².

Значения безразмерных коэффициентов в уравнениях (12), рассчитанные по выражениям, приведенным выше, помещены в таблицу.

r	T_S	K_R	T_R	r_R	J_μ
0,052732	2,950816	0,978723	139,8863	0,026421	153,2941

Модель АКЗ, построенная по уравнениям (12), представлена на рисунке 1.

На вход модели в момент времени $\tau = 0$ подаются напряжения $u_{S\alpha} = \cos \tau$, $u_{S\beta} = \sin \tau$ ($\alpha_k = 1$), тем самым реализуя прямой пуск.

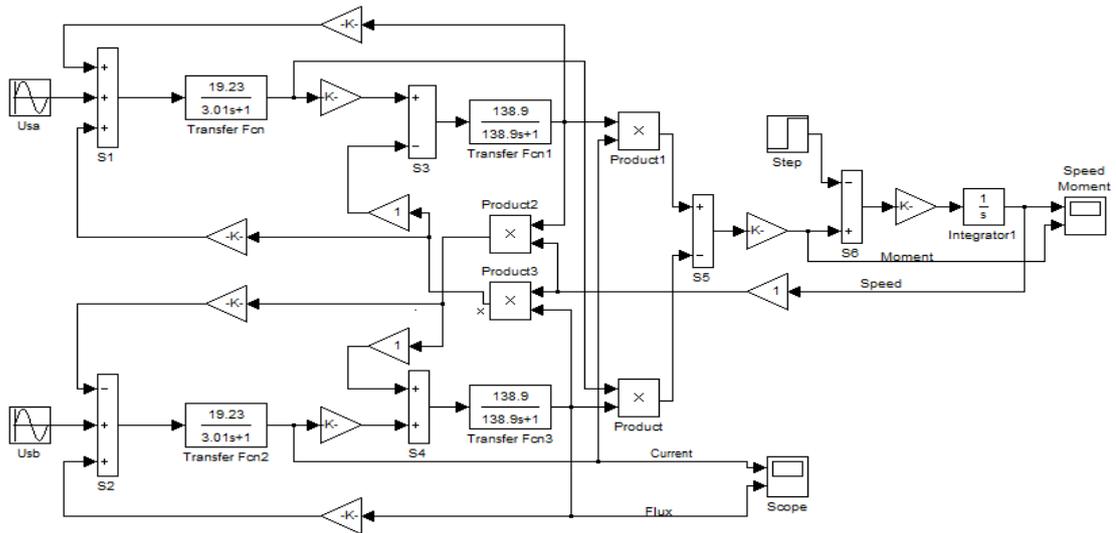


Рис. 1. Модель асинхронного короткозамкнутого двигателя

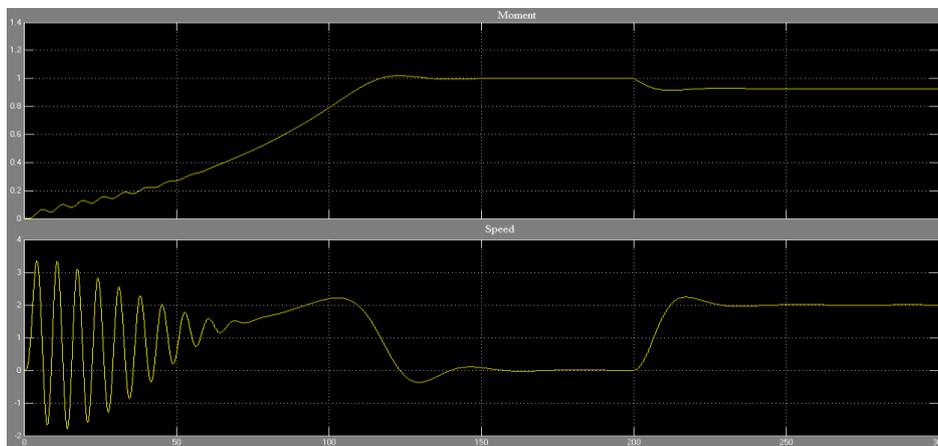


Рис. 2. Результаты моделирования асинхронного короткозамкнутого двигателя в пакете Simulink

Осциллографы измеряют относительные значения электромагнитного момента и скорости. Результаты моделирования представлены на рисунке 2. Они показывают, что при прямом пуске вначале наблюдаются значительные колебания момента. Такие же колебания наблюдаются в токе и скорости. Кроме того, они показывают, что при приложении момента нагрузки наблюдается уменьшение скорости.

Сравним полученную нами модель со стандартным блоком пакета Simulink Asynchronous Machine (рис. 3). Осциллограммы переходных процессов при пуске и набросе нагрузки, полученные на модели рисунка 3, представлены на рисунке 4.

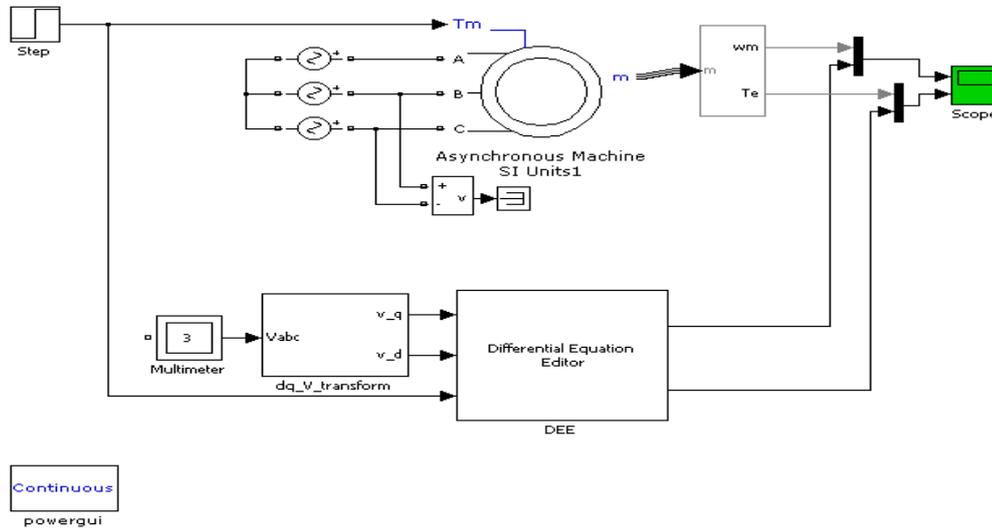


Рис.3. Модель со стандартным блоком пакета Simulink

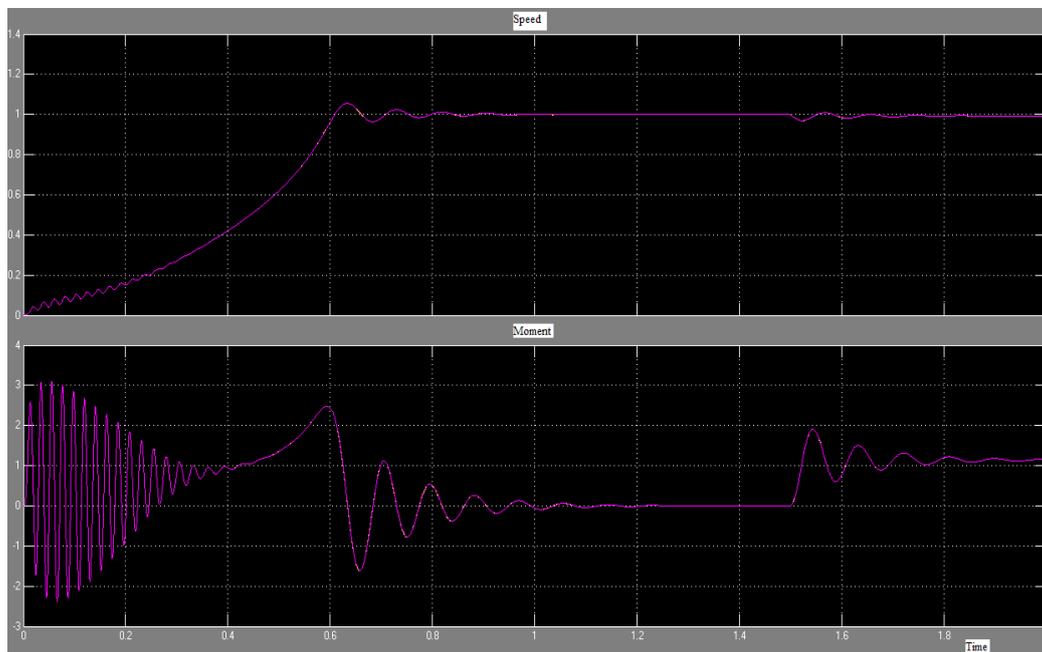


Рис. 4. Результаты моделирования

По полученным данным делаем вывод, что созданная нами модель и стандартный блок Asynchronous Machine в пакете Simulink полностью дают идентичные переходные процессы.

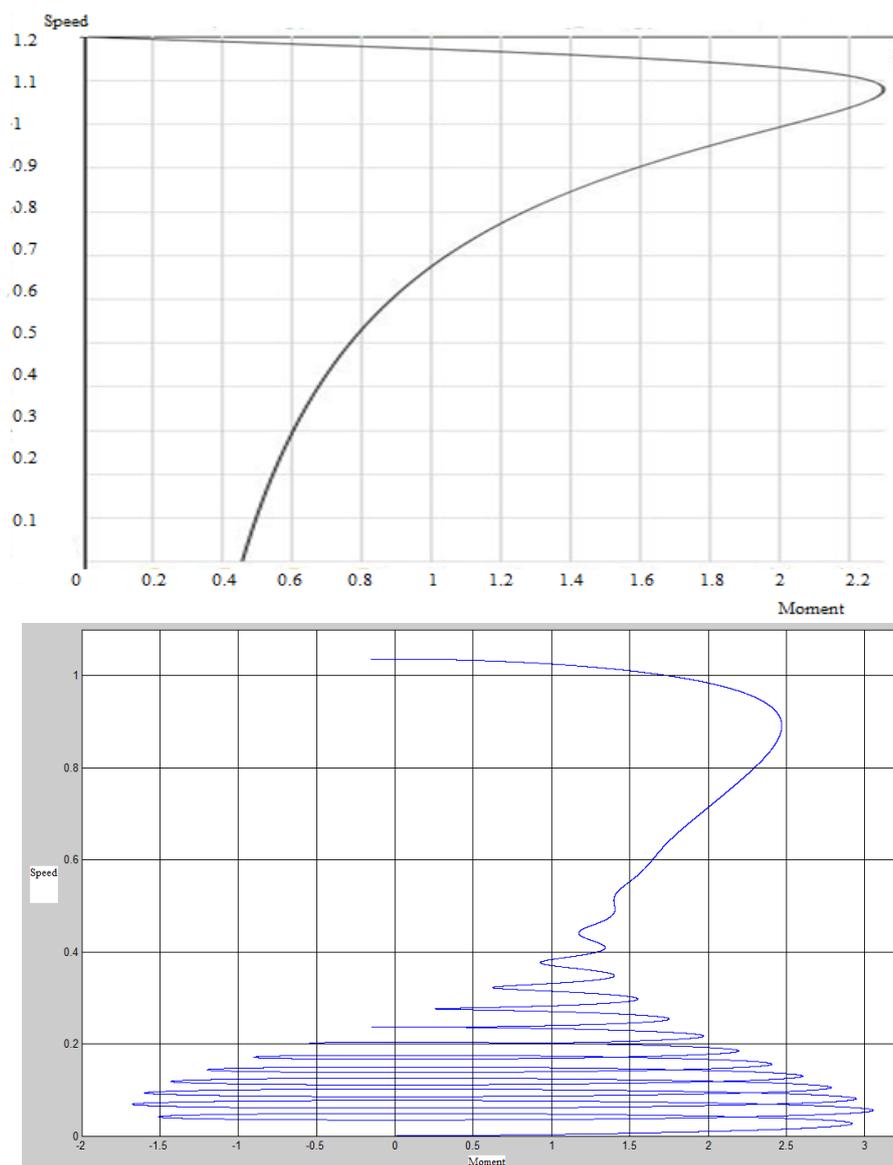


Рис. 5. Статические и динамические механические характеристики асинхронного двигателя

Как следует из осциллограмм, при пуске электромагнитный момент представляет пульсирующий характер, причём броски значительно превышают критический момент M_k . Таким образом, с целью увеличения надёжности при проектировании электроприводов переменного тока, даже если не требуется регулирование скорости, необходимо учитывать, что электромагнитные моменты в пуско-тормозных режимах не только превышают критические значения, но и имеют пульсирующий характер, что может привести к выходу из строя двигателя.

Литература

1. Герман-Галкин С.Г. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем. – СПб.: КОРОНА-принт, 2001. – 320 с.
2. Важнов А.И. Переходные процессы в машинах переменного тока. – Л.: Энергия, 1980.

