

УДК 004.9

Д.Д. Мищенко

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

В статье рассматривается построение точной и адекватной модели объекта в условиях непараметрической неопределенности, а также задача описания методик, которая может быть применима для решения конкретного типа задач идентификации.

Ключевые слова: модель, динамическая система, непараметрическая оценка.

D.D. Mishchenko

MODELING THE COMPLEX DYNAMIC OBJECTS

The development of accurate and adequate model of the object in the conditions of non-parametric uncertainty, the task of techniques description that can be applied to solve a particular type of identification tasks are considered in the article.

Key words: model, dynamic system, non-parametric assessment.

Введение. В работе рассматривается процесс, в котором пользователь вынужден вести работу с объектом при относительно небольших познаниях о нем. Иными словами, обладая информацией о качественных характеристиках объекта, пользователь лишь способен наблюдать за его поведением и намеренно воздействовать на объект при определенных ограничениях. Подобные ситуации возникают довольно часто, особенно при условии отсутствия точных моделей объектов и средств контроля их поведения, а также изменений среды, взаимодействующей с ними.

Цель и задачи исследований. Построение точной и адекватной модели объекта в определенных условиях, описание методики, которая может быть применима для решения различного типа задач с небольшими издержками ресурсов. Допустим, что в ходе изучения объекта пользователь владеет информацией о том, что он относится к классу детерминированных, стационарных, линейных, динамических объектов и объектов с запаздыванием, то есть «качественной» информацией о свойствах поведения объекта. Допускается, что пользователь способен воздействовать на объект, контролируя уровень своего воздействия. Так, он может компенсировать недостаток информации об объекте с удовлетворительной корректностью. Возьмем во внимание, что в силу ограниченности средств изучения, математического аппарата, используемого пользователем для описания объекта, не все факторы, влияющие на объект, будут учтены в модели. Как следствие, в ней могут появиться случайные помехи, причем информации о характере помехи нет: закон распределения случайных помех, действующих при взаимодействии объекта с окружающей средой, неизвестен [1]. Иначе говоря, любая другая информация об объекте и его моделях недоступна для пользователя, либо не удовлетворяет поставленным задачам. В таких рамках пользователь может потратить большое количество ресурсов (вычислительных, материальных, производственных, временных, научных, финансовых), прежде чем найти решение. Выбор пути в поисках решения предполагает необходимость вложения различного количества ресурсов для решения задачи. Между такими ресурсами, как, например, точность и время (быстрота нахождения решения), обычно существует противоречие: для повышения точности уменьшают шаг интегрирования, но при этом увеличивается время счёта [4].

Методика и результаты исследований. Для решения поставленной цели предлагается взять за основу модели свертки характеристик объекта характеристики, воздействующие на объект, и характеристики, которые описывают реакции объекта на такие воздействия, то есть модели в виде интеграла Дюамеля [3] и интеграла Коши-Лагранжа. Математическая запись интеграла Дюамеля приведена в формуле (1), интеграла Коши-Лагранжа – в формуле (2):

$$x(t) = \int_{t_0}^t h'(t-\tau)u(\tau)d\tau, \quad (1)$$

$$x(t) = f(t-t_0) + \int_{t_0}^t h'(t-\tau)u(\tau)d\tau, \quad (2)$$

где $x(t)$ – выходная реакция объекта, который наблюдается в течение времени t , начиная с момента времени t_0 ; $h'(t)$ – импульсно-переходная характеристика объекта, связанная с переходной характеристикой объекта $h(t)$ оператором дифференцирования $dh(t)/dt = h'(t)$; $u(t)$ – входное воздействие на объект, которое приводит к изменению его реакции $x(t)$; $f(t)$ – свободная составляющая движения объекта – характеристика, описывающая поведение объекта в нестабильном начальном состоянии. Модель (1) является описанием объекта в стабильном начальном состоянии в отличие от модели (2), которая позволяет учитывать нестабильное начальное состояние объекта.

Характеристики $u(t)$ и $x(t)$ могут наблюдаться в ходе экспериментов с помощью разнообразных средств контроля (органы чувств пользователей, контрольно-измерительные приборы и электронные измерительные датчики). Характеристики $h(t)$ и $f(t)$ – временные характеристики объекта, и они являются характеристиками, идентифицирующими сам объект, то есть информация о поведении этих характеристик позволяет получить достаточное описание поведения объекта. Иными словами, чтобы построить модель объекта в определенных пользователем условиях, достаточно описать временные характеристики объекта и использовать эти описания при поиске модели.

Метод, основанный на наблюдении за поведением объекта в условиях, когда на него воздействуют при помощи специальных воздействий в тестовом режиме, является одним из наиболее используемых методов описания временных характеристик объекта. Нами рассматривается метод временных характеристик, предполагающий воздействие на объект с помощью характеристики $u(t)$ таким образом, чтобы на выходе объекта наблюдались реакции $x(t)$, соответствующие временным характеристикам объекта $h(t)$ (или $h'(t)$) и $f(t)$.

Для нахождения описания переходной характеристики объекта при помощи метода временных характеристик необходимо на вход объекта подать тестовый сигнал, описывающийся функцией Хэвисайда $1(t)$. На выходе объекта будет наблюдаться реакция, приближенно повторяющая поведение переходной характеристики объекта (рис. 1), где $u(t)$ – характеристика, воздействующая на объект; $x(t)$ – реакция объекта на воздействие; t_3 – время запаздывания объекта.

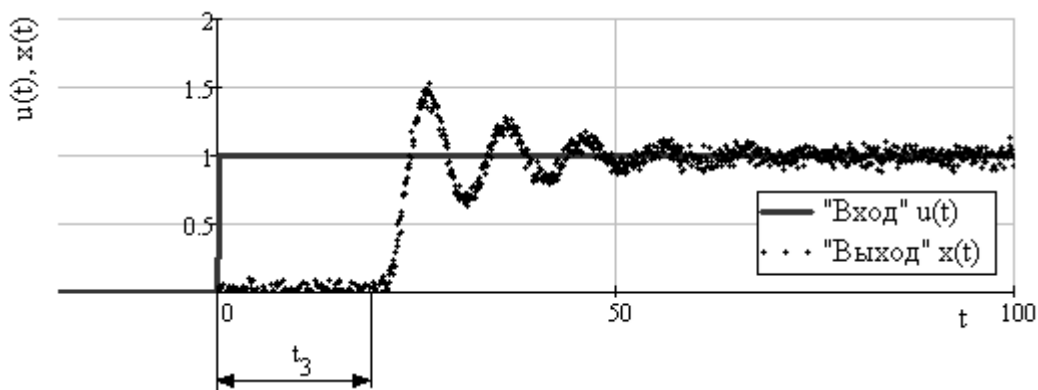


Рис. 1. Идентификация $h(t)$

На входе объекта подается воздействие и наблюдается запаздывающая реакция объекта на это воздействие. Можно заметить наличие случайных помех, оказывающих влияние на измерения реакции объекта. Для нахождения описания поведения свободной составляющей движения объекта необходимо привести его в интересующее нестабильное начальное состояние с последующим прекращением воздействий на объект [5]. Тогда на его выходе будет наблюдаться реакция объекта, приближенно повторяющая свободную составляющую движения объекта (рис. 2).

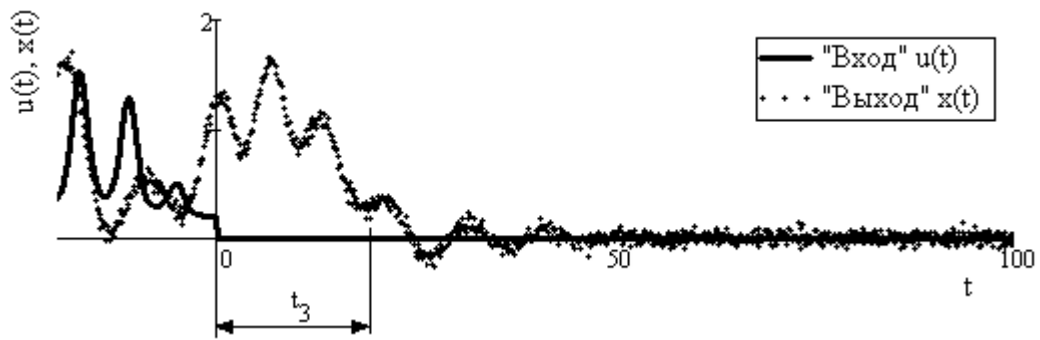


Рис. 2. Идентификация $f(t)$

На рисунке 2 показано, как при помощи входного воздействия $u(t)$ в интервале времени меньше момента времени $t=0$ происходит направление объекта к интересующему нестабильному начальному состоянию. Далее в интервале времени с момента $t=0$ до $t=100$ воздействие на него прекращается и на выходе объекта наблюдается запаздывающая по времени на величину t_3 реакция объекта $x(t)$, соответствующая свободной составляющей его движения, описывающая объект в этом нестабильном начальном состоянии.

Далее необходимо в условиях неопределенности восстановить поведение временной характеристики объекта по наблюдениям характеристик, полученных в результате проведения экспериментов с объектом и построить модель самого объекта. В условиях непараметрической неопределенности и ограниченности ресурсов логично использовать непараметрические оценку Надарая-Ватсона [6], оценку Пристли [7] и оценку регрессии Пристли [2].

Модифицированная оценка Пристли:

$$h'_s(t) = \frac{1}{s \cdot (c_s^h)^2} \sum_{i=1}^s h(t_i) \cdot H' \left(\frac{t - t_i}{c_s} \right), \quad (3)$$

где $h'_s(t)$ – непараметрическая оценка импульсной переходной характеристики объекта, построенная по выборке значений переходной характеристики объекта $h(t_i)$, в моменты времени t_i ; s – объем выборки значений $h(t_i)$; c_s^h – параметр размытости непараметрической оценки (3); H' – колоколообразная функция непараметрической оценки.

Непараметрическая оценка Надарая-Ватсона:

$$f_s(t) = \frac{1}{s \cdot c_s^f} \sum_{i=1}^s f(t_i) \cdot H \left(\frac{t - t_i}{c_s} \right), \quad (4)$$

где $f_s(t)$ – непараметрическая оценка свободной составляющей движения объекта; $f(t_i)$ – значение свободной составляющей движения объекта в момент времени t_i ; c_s^f – параметр размытости непараметрической оценки.

Для построения модели выходной характеристики (5) используются оценки (3) и (4):

$$x_s(t) = f_s(t - t_0) + \int_{t_0}^t h'_s(t - \tau) \cdot u(\tau) d\tau, \quad \text{где} \quad (5)$$

$x_s(t)$ – непараметрическая модель реакции объекта на входное воздействие $u(t)$.

Для оценки качества полученных моделей используется несколько критериев, например, ошибка моделирования выходной реакции объекта (6), средняя абсолютная относительная ошибка моделирования выходной реакции объекта (7):

$$Q_1 = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (x(t_i) - x_s(t_i))^2, \quad (6)$$

$$Q_2 = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \left| \frac{x(t_i) - x_s(t_i)}{x(t_i)} \right| \cdot 100\%, \text{ где} \quad (7)$$

$x(t_i)$ – значение выходной характеристики объекта в момент времени t_i .

Оценка качества будет происходить путем сравнения при помощи критериев (6) и (7) реакций объекта и модели на одинаковое входное воздействие. Работа метода показана на сложном динамическом объекте (8) – параметрической модели объекта, заданной дифференциальным уравнением двенадцатого порядка.

$$\begin{aligned} & \frac{d^{12}}{dt^{12}} x(t) + 4.598 \frac{d^{11}}{dt^{11}} x(t) + 0.926 \frac{d^9}{dt^9} x(t) + 4.007 \frac{d^8}{dt^8} x(t) + 3.6988 x(t) + \\ & + 0.256 \frac{d^6}{dt^6} x(t) + 6.032 \frac{d^5}{dt^5} x(t) + 2.522 \frac{d^4}{dt^4} x(t) + \\ & + 0.418 \frac{d^3}{dt^3} x(t) + 4.152 \frac{d^2}{dt^2} x(t) + 0.854 \frac{d}{dt} x(t) + 0.211 x(t) = u(t - t_3). \end{aligned} \quad (8)$$

По выражениям (3) и (4) при определенных параметрах было найдено непараметрическое описание временных характеристик объекта и построены графики непараметрических оценок (рис. 3–4).

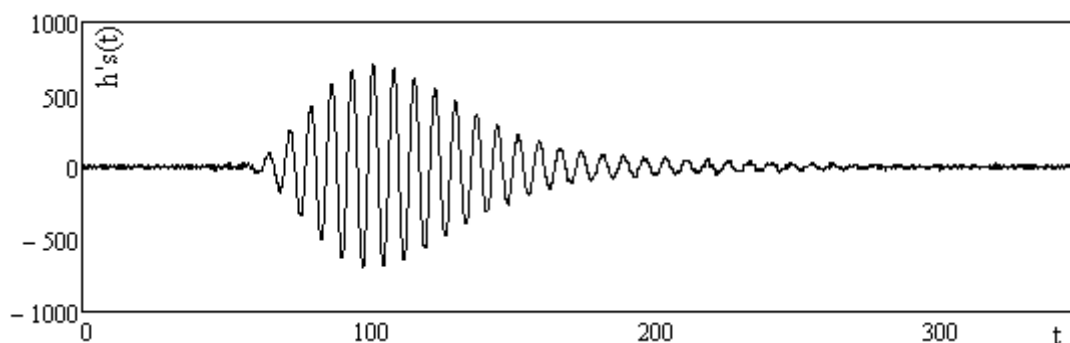


Рис. 3. Непараметрическая оценка импульсной переходной характеристики объекта

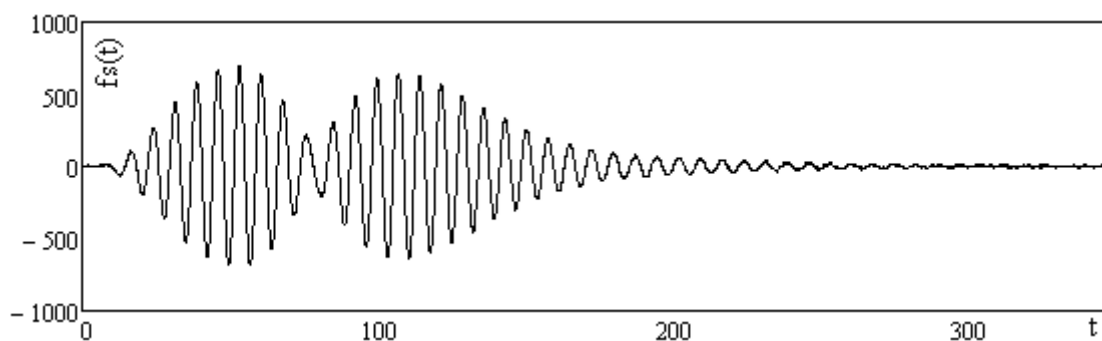


Рис. 4. Непараметрическая оценка свободной составляющей движения объекта

Построенная непараметрическая модель объекта по формуле (5) позволяет описать реакцию объекта на произвольное входное воздействие с учетом нестабильного начального состояния объекта. Сравнение полученной непараметрической модели объекта с реакцией самого объекта показано на рис. 5.

Показатели критериев качества полученной модели объекта, рассчитанные по формулам (6) и (7), составили соответственно $Q_1 \approx 1000$, $Q_2 \approx 24\%$. Данные значения показывают, что полученная модель доста-

точно сильно удалась от значений самого объекта, однако полученный уровень качества может быть весьма удовлетворительным в условиях отсутствия априорной информации, позволяющей изучать объект исследования.

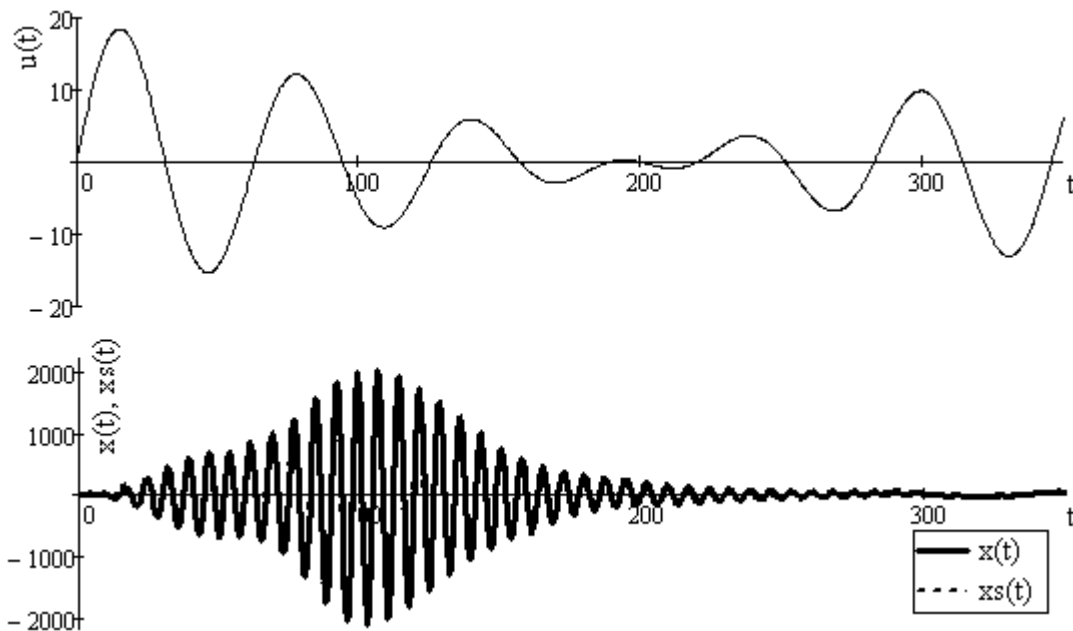


Рис. 5. Сравнение реакций объекта и модели

Заключение. Исходя из полученных результатов, можно сделать вывод о возможности описания объектов, относящихся к классу стационарных линейных динамических объектов с запаздыванием в условиях параметрической неопределенности. Непараметрические модели объектов дают возможность пользователям строить гипотезы относительно различных объектов, позволяя строить максимально точные модели независимо от ресурсов (финансовых, экономических и т.п.). Нужно отметить универсальность непараметрических моделей: они могут помочь в задачах рода поддержки принятия решений при управлении объектами.

Литература

1. Бронов С.А. Способы управления двигателем двойного питания // Информатика и системы управления. – Красноярск: НИИ ИГУ, 2000.
2. Рубан А.И. Методы анализа данных: учеб. пособие. – Изд. 2-е, испр. и доп. – Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2004. – 319 с.
3. Красовский А.А. Справочник по теории автоматического управления. – М.: Наука, 1987. – 712 с.
4. Бронов С.А. Электропривод для приборов с индукторным двигателем двойного питания в квазишаговом режиме // Изв. вузов. – 2004. – № 4. – С. 61–65.
5. Бродовский В.Н., Иванов Е.С. Исполнительные устройства с многофазными электродвигателями переменного тока // Устройства и элементы систем автоматического регулирования и управления. Техническая кибернетика. – М.: Машиностроение, 1976. – Кн. 3.
6. Рубан А.И. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие. – Изд. 2-е, испр. и доп. – Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2002. – 320 с.
7. Надарая Э.А. Непараметрические оценки кривой регрессии // Тр. ВУ АН ГрССР. – Тбилиси, 1965. – Вып. 5. – С. 55–68.

