



ЭКОНОМИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 519.83-330.45

А.А. Городов, А.А. Городова, М.А. Федорова

ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСЕВНЫХ ПЛОЩАДЕЙ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ МАТРИЧНОЙ ИГРЫ

В работе приведены результаты моделирования распределения посевных площадей сельскохозяйственных предприятий. Даны рекомендации по составлению моделей распределения площадей на основе матричной игры. Результаты исследований имеют важное значение при принятии управленческих решений при посевных работах. Предложенные модели апробированы на материалах сельскохозяйственных предприятий.

Ключевые слова: моделирование, товарная продукция, теория игр, игры с природой, линейное программирование.

A.A. Gorodov, A.A. Gorodova, M.A. Fedorova

THE OPTIMAL DISTRIBUTION OF THE AGRICULTURAL ENTERPRISE SOWING AREAS ON THE BASIS OF THE MATRIX GAMESOLUTION

The results of modeling the agricultural enterprise sowing areadistribution are presented in the article. The recommendations on the developing ofthe area distribution models based on the matrix game are given. The research results have the significance in making managerial decisions for seeding works. The proposed modelsare tested on the materials of agricultural enterprises.

Key words: modeling, commodity products, game theory, game with nature, linear programming.

Введение. В современном мире развиваются и внедряются в практику управления предприятия методы поиска и принятия решения на основе теоретико-игровых моделей. Наиболее распространенный метод – матричный, который применяется не только в управленческой деятельности, но и в сельском хозяйстве.

Математические методы и алгоритмы на основе матричных игр нашли широкое применение для решения задач математического моделирования, исследования и управления оптимального планирования. При этом современная тенденция перемещения в субъекты Федерации ответственности за состояние экономики, в том числе и в аграрной сфере, делает особенно актуальной проблему формирования эффективной системы планирования сельского хозяйства на региональном уровне [1].

В работе [2] рассмотрена классическая задача распределения площадей. При этом задача является игрой с природой, решение которой должно сводиться к принятию решения ЛПР (лицо, принимающее решение). Предполагая, что природа «враждебно настроена», данную игру сводят к матричной и разрешают путем перехода к задаче линейного программирования. При этом экономико-математическая модель будет учитывать урожайность каждой культуры, погодные условия, качество получаемого зерна.

В различные по природно-климатическим условиям годы и из-за неодинаковой урожайности по-разному используются сельскохозяйственные угодья. Снижение уровня товарности в неблагоприятные по метеорологическим условиям годы приводит к нарушению балансов сельскохозяйственной продукции, что в итоге ухудшает экономические показатели функционирования предприятий. В результате изменений природных условий по годам значительно изменяются объемы валовой и товарной продукции и, как следствие этого, размеры прибыли [3].

Практика принятия решений в сельском хозяйстве показывает, что учитывать природу необходимо как «враждебно настроенную», но при этом учитывать различные подходы и цели формирования задачи, используя комплексный подход.

Цель данной работы. Определение оптимального распределения посевов сельскохозяйственных культур с помощью теории матричных игр.

Объекты исследования. Объектами исследования являются предприятия Каратузского района ЗАО им. Кирова и СХПК «Черемушка». По размеру ЗАО им. Кирова можно отнести к категории мелких, так как среднегодовая численность работников составляет до 100 человек; специализируется на производстве зерна. Сельскохозяйственный перерабатывающий кооператив «Черемушка» расположен в западной части Каратузского района Красноярского края. Ориентировано предприятие на производство зерна и молока.

Основные модели оптимизации

Выделим три типа моделей оптимизации распределения посевных площадей по типу построения моделей:

- 1) модель валовой товарной продукции;
- 2) модель валовой выручки от реализации продукции;
- 3) модель валовой выручки в зависимости от вероятностей получения зерна товарного качества.

В первой модели матрица игры формируется из учета средней урожайности сельскохозяйственных культур данного предприятия в зависимости от состояния погоды в течение всего периода выращивания.

Во второй модели элементы матрицы первой модели умножаются на прогнозные значения цены реализации продукции.

В третьей модели предлагаем использовать взвешенно-вероятностный подход к определению показателей. В частности, при составлении матрицы игры необходимо вычислить произведения средней урожайности культур на вероятности получения зерна товарного и фуражного качества и на цену их реализации.

Оптимизация на ЗАО им. Кирова

Построим экономико-математическую модель первого типа для предприятия.

Таблица 1

Средняя урожайность в зависимости от погодных условий ЗАО им. Кирова, ц/га

Наименование с.-х. культур	Погодные условия			
	Засушливые	Оптимальные	Средневлажные	Влажные
Пшеница	12,5	17,4	16,7	13,7
Овес	12,62	11,6	12,45	9,77
Горох	2	2,2	2,05	2,03

Исходя из таблицы, получаем матрицу игры

$$\overline{A}_1 = \begin{pmatrix} 12,5 & 17,4 & 16,7 & 13,7 \\ 12,62 & 11,6 & 12,45 & 9,77 \\ 2 & 2,2 & 2,05 & 2,03 \end{pmatrix}.$$

Предполагая, что природа действует как разумный человек, переведем данную задачу к задаче линейного программирования

$$\begin{cases} F(x) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \min \\ \begin{cases} 12,5x_1 + 17,4x_2 + 16,7x_3 + 13,7x_4 \leq 1 \\ 12,62x_1 + 11,6x_2 + 12,45x_3 + 9,77x_4 \leq 1 \\ 2x_1 + 2,09x_2 + 2,05x_3 + 2,03x_4 \leq 1 \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

Построим экономико-математическую модель второго типа.

Таблица 2

Выручка на 1 га пашни на ЗАО им. Кирова, руб.

Наименование с.-х. культур	Погодные условия			
	Засушливые	Оптимальные	Средневлажные	Влажные
Пшеница	1526,6	2701,5	2271,6	1678,8
Овес	1551,6	2065,6	1803,7	1105,1
Горох	178,2	230,2	137,6	159,1

Получаем матрицу игры

$$\overline{A_2} = \begin{pmatrix} 1526,6 & 2701,5 & 2271,6 & 1678,8 \\ 1551,6 & 2065,6 & 1803,7 & 1105,1 \\ 178,2 & 230,2 & 137,6 & 159,1 \end{pmatrix}.$$

Задача линейного программирования

$$\begin{aligned} F(x) &= x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \\ \begin{cases} 1526,6x_1 + 2701,5x_2 + 2271,6x_3 + 1678,8x_4 \leq 1 \\ 1551,6x_1 + 2065,6x_2 + 1803,7x_3 + 1105,1x_4 \leq 1 \\ 178,2x_1 + 230,2x_2 + 137,6x_3 + 159,1x_4 \leq 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

Используя вероятности получения зерна товарного и фуражного качества (табл. 3), вычислим валовую прибыль (табл. 4).

Таблица 3

Вероятности получения зерна товарного качества в зависимости от состояния погоды в ЗАО им. Кирова

Наименование с.-х. культур	Погодные условия							
	Засушливые		Оптимальные		Средневлажные		Влажные	
	Товарное	Фуражное	Товарное	Фуражное	Товарное	Фуражное	Товарное	Фуражное
Пшеница	0,3	0,7	0,5	0,5	0,3	0,7	0,3	0,7
Овес	0,1	0,9	0,12	0,88	0,1	0,14	0,14	0,86
Горох	0,1	0,9	0,3	0,7	0,3	0,7	0,1	0,9

Из полученных данных составим матрицу прибыли.

Таблица 4

Выручка в зависимости от качества получаемого зерна и погодных условий на ЗАО им. Кирова, руб.

Наименование с.-х. культур	Погодные условия			
	Засушливые	Оптимальные	Средневлажные	Влажные
Пшеница	8874,75	13629,42	11856,6	9850
Овес	9264,34	8811,7	9139,5	7504,7
Горох	1880	2244	2091	1908,2

Матрица игры

$$\overline{A_3} = \begin{pmatrix} 8874,75 & 13629,42 & 11856,6 & 9850 \\ 9264,34 & 8811,7 & 9139 & 7504,7 \\ 1880 & 2244 & 2091 & 1908,2 \end{pmatrix}.$$

Задача линейного программирования

$$\begin{aligned} F(x) &= x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \min \\ \begin{cases} 8874,75x_1 + 13629,42x_2 + 11856,6x_3 + 9850x_4 \leq 1 \\ 9264,34x_1 + 8811,7x_2 + 9139x_3 + 7504,7x_4 \leq 1 \\ 1880x_1 + 2244x_2 + 2091x_3 + 1908,2x_4 \leq 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

Модели распределения на СХПК «Черемушка»

Построим экономико-математическую модель первого типа для предприятия (табл. 5).

Таблица 5

Средняя урожайность в зависимости от погодных условий на СХПК «Черемушка», ц/га

Наименование с.-х. культур	Погодные условия			
	Засушливые	Оптимальные	Средневлажные	Влажные
Пшеница	13,2	16,85	16,7	14,2
Овес	14,1	14,5	12,75	10,6
Гречиха	2,1	3	3,4	3

Получаем матрицу игры

$$\overline{B_1} = \begin{pmatrix} 13,2 & 16,85 & 16,7 & 14,2 \\ 14,1 & 14,5 & 12,75 & 10,6 \\ 2,1 & 3 & 3,4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Переведем данную матрицу в задачу линейного программирования

$$\begin{aligned} F(x) &= x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \min \\ \begin{cases} 13,2x_1 + 16,85x_2 + 16,7x_3 + 14,2x_4 \leq 1 \\ 14,1x_1 + 14,5x_2 + 12,75x_3 + 10,6x_4 \leq 1 \\ 2,1x_1 + 3x_2 + 3,4x_3 + 3x_4 \leq 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

Построим экономико-математическую модель второго типа (табл. 6).

Таблица 6

Выручка на 1 га пашни на СХПК «Черемушка», руб.

Наименование с.-х. культур	Погодные условия			
	Засушливые	Оптимальные	Средневлажные	Влажные
Пшеница	2462,9	3429,5	3098,8	2503,3
Овес	2790,6	2629,6	2155,3	1848,2
Гречиха	124,8	226,8	235,9	245,3

Получаем матрицу игры

$$\overline{B}_2 = \begin{pmatrix} 2462,9 & 3429,5 & 3098,8 & 2503,3 \\ 2790,6 & 2629,6 & 2155,3 & 1848,2 \\ 124,8 & 226,8 & 235,9 & 245,3 \end{pmatrix}.$$

Задача линейного программирования

$$\begin{aligned} F(x) &= x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \min \\ \begin{cases} 2462,9x_1 + 3429,5x_2 + 3098,8x_3 + 2503,3x_4 \leq 1 \\ 2790,6x_1 + 2629,6x_2 + 2155,3x_3 + 1848,2x_4 \leq 1 \\ 124,8x_1 + 226,8x_2 + 235,9x_3 + 245,3x_4 \leq 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

Используя вероятности получения зерна товарного и фуражного качества (табл. 7), вычислим валовую прибыль (табл. 8).

Таблица 7

Вероятности получения зерна товарного и фуражного качества в зависимости от погодных условий на СХПК «Черемушка»

Наименование с.-х. культур	Погодные условия							
	Засушливые		Оптимальные		Средневлажные		Влажные	
	Товарное	Фуражное	Товарное	Фуражное	Товарное	Фуражное	Товарное	Фуражное
Пшеница	0,3	0,7	0,5	0,5	0,3	0,7	0,3	0,7
Овес	0,04	0,96	0,03	0,97	0,03	0,97	0,03	0,97
Гречиха	0,02	0,98	0,03	0,97	0,03	0,97	0,03	0,97

Таблица 8

Выручка в зависимости от качества получаемого зерна и погодных условий на СХПК «Черемушка», руб.

Наименование с.-х. культур	Погодные условия			
	Засушливые	Оптимальные	Средневлажные	Влажные
Пшеница	9371,7	13198,6	11855,3	10081,7
Овес	9630,8	9780	8600,25	7150
Горох	2022,3	3148,2	3243,6	2862

Матрица игры

$$\overline{B}_3 = \begin{pmatrix} 9371,7 & 13198,6 & 11855,3 & 10081,7 \\ 9630,8 & 9780 & 8600,25 & 7150 \\ 2022,3 & 3148,2 & 3243,6 & 2862 \end{pmatrix}.$$

Задача линейного программирования

$$\begin{aligned} F(x) &= x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \min \\ \begin{cases} 9371,7x_1 + 13198,6x_2 + 11855,3x_3 + 8660,7x_4 \leq 1 \\ 9630,8x_1 + 9780x_2 + 8600,25x_3 + 7150x_4 \leq 1 \\ 2022,3x_1 + 3148,2x_2 + 3243,6x_3 + 2862x_4 \leq 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

Результаты и выводы

Результатом оптимального решения стало определение процента высева каждой культуры на занимаемой площади.

Полученные результаты по первому типу модели, при учете урожайности каждой культуры и погодных условий, показывают, что ЗАО им. Кирова необходимо засеивать 70,37 % пшеницы от всей площади пашни, овса 29,62 %, горох не сеять, при этом предприятие получит относительно максимальную урожайность в среднем на один гектар пашни в размере 12,53 центнеров.

По второму типу модели, с учетом валовой выручки и погодных условий, хозяйство получит прибыль в размере 1532,9 рублей при высаживании 74,5 % пшеницы и 25,4 % овса, горох не сеять.

По третьей модели, при учете погодных условий, качества получаемого зерна и цен на реализацию товарного и фуражного зерна, предприятию необходимо засеять 64,34 % пшеницы и 35,6 % овса, горох не сеять, при этом ЗАО им. Кирова получит относительно максимальную прибыль в размере 9013,67 рублей.

Для СХПК «Черемушка» полученные результаты по первой модели показывают предприятию: чтобы получить относительно максимальную урожайность в размере 13,4 центнеров на 1 гектар необходимо засеять 77,7 % пшеницей от всей площади пашни и 22,2% овсом, гречиху не сеять.

По второму типу модели хозяйство получит среднюю прибыль в размере 2476, 3 рублей с 1 гектара площади при высаживании пшеницы 95,8 % , овса – 4,1 %.

По третьей модели предприятию необходимо засеивать 77,7 % всей занимаемой площади пшеницей и 22,2 % овсом, при этом СХПК «Черемушка» получит относительно максимальную прибыль в размере 9429,35 рублей.

Итак, предприятию ЗАО им. Кирова при условии, что природа действует «враждебно», необходимо большую часть площади засеивать пшеницей.

В результате решения для предприятия СХПК «Черемушка» также было выяснено, что экономически выгоднее большую часть занимаемой площади засеивать пшеницей.

В случае если предприятие будет располагать относительно точным прогнозом по состоянию погоды на следующий период, то матрица игры может быть сведена к меньшему размеру относительно состояний природы. При необходимости возможно ввести минимальный процент площадей под часть культур. И в этом случае задача будет иметь ряд дополнительных ограничений.

Литература

1. Абланская Л.В., Бабешко Л.О., Баусов Л.И. Экономико-математическое моделирование: учеб. / под общ. ред. И.Н. Дробыцкого. – 2-е изд., стереотип. – М.: Экзамен, 2006. – С. 251–274.
2. Городов А.А., Трубинская Н.М. Теоретико-игровые модели при принятии решений // Решетневские чтения: мат-лы XV Междунар. науч. конф. – Красноярск: Изд-во СибГАУ, 2012.
3. Галегов А., Гарнаев А. Налоговая игра в дуополии Курно // Математическая теория игр и ее приложения. 2009. – Т.1. – Вып. 1. – С. 4.
4. Носов В.В. Моделирование оптимальной структуры производства сельскохозяйственной организации в условиях погодного риска // Вестник Самар. гос. ун-та. – 2010. – 1(63). – С. 57–63.

